α-WISKUNDE

Graad 11 Alpha Wiskunde
Finale Eksamen 2024

Graad 11 | **Tyd: 2 ½ uur**
Eksaminator: M. Botha | **Totaal: 150 punte**
Moderator: P. Marx

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 7 bladsye, ‘n antwoordblad en ‘n formuleblad.
2. Beantwoord AL 8 vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genommer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by ‘n vraag.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in **radiale** gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word indien nodig.
10. Skryf netjies en leesbaar.
11. Geniet dit!

Vraag 1 – Multikeuse Vrae [20 punte]

Hierdie vraag moet **op die antwoordblad** beantwoord word.

Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte.

Merk die korrekte antwoord met ‘n **X** op die Antwoordblad.

1.1 Indien $x = 2 + 3i$ ‘n nulpunt van f is, dan is

(A) $f(-2+3i) = 0$

(B) $x + 2 - 3i$ ‘n faktor

(C) $f(0) = 2 + 3i$

(D) $x - 2 - 3i$ ‘n faktor

1.2 Watter van die volgende, is altyd waar?

1	$\|x\| > 0$
2	f is kontinu by $x = a$ indien $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = \lim\limits_{x\to a^-} f(x)$
3	$\|x\|$ is oral differnsieërbaar
4	$\binom{n}{0} = 1$ vir enige $n \in \mathbb{N}$

(A) Slegs 1 en 4

(B) Slegs 4

(C) Slegs 1

(D) Slegs 2 en 3

1.3 Los op vir x in $|x+2| - 1 = 0$.

(A) $x = -1$

(B) $x \in \mathbb{R}$

(C) $x = -1$ of $x = -3$

(D) Geen oplossing vir x

1.4 Die afgeleide van $bgsin(3x)$ is

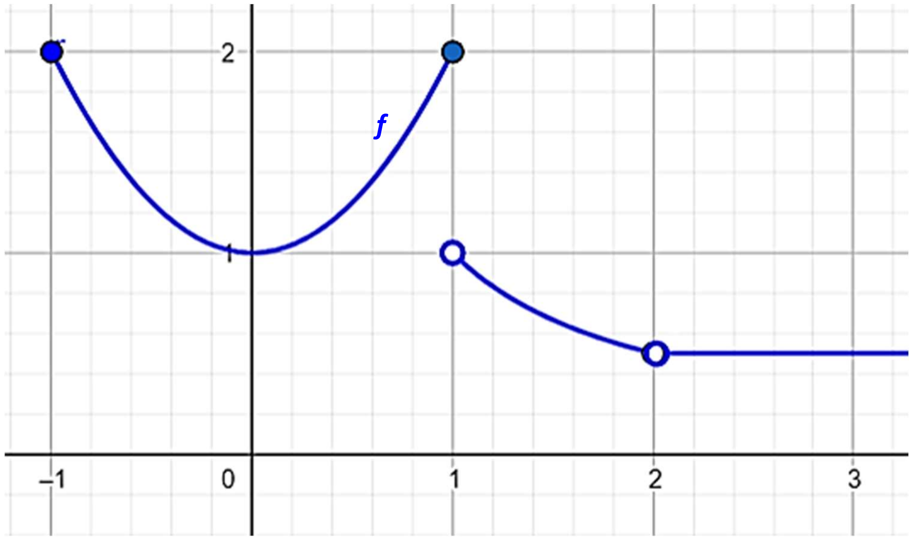
(A) $\frac{3}{\sqrt{1-3x^2}}$

(B) $\frac{9}{\sqrt{1-9x^2}}$

(C) $\frac{9}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$

Gebruik die volgende skets van $f(x)$ vir vraag 1.5 tot 1.7:



1.5 $f'(3)$

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) Bestaan nie

1.6 $f(1)$

(A) 1

(B) 2

(C) Bestaan nie

(D) 0

1.7 Watter van die volgende is waar?

(A) Die limiet by $x = 2$ bestaan nie

(B) f is differensieërbaar by $x = 2$

(C) Daar is ‘n verwyderbare diskontinuïteit by $x = 1$

(D) Daar is ‘n sprongdiskontinuïteit by $x = 1$

1.8 $\int_2^3 f(x)dx$ met $f(x) = \frac{1}{2}$

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) $\frac{4}{3}$

(D) 2

1.9 Indien ons $\frac{2}{x^2(x^2-1)}$, op breek in parsiële breuke kry ons:

(A) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{(x-1)}+\frac{D}{(x^2-1)}$

(B) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{(x-1)}+\frac{D}{(x-1)^2}$

(C) $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{(x-1)}+\frac{C}{(x+1)}$

(D) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{(x-1)}+\frac{D}{(x+1)}$

1.10 Die vyfde term van $(x-2)^{10}$ is

(A) $13440x^4$

(B) $3360x^4$

(C) $3360x^6$

(D) $13440x^6$

Vraag 2 - Absolute Waarde [18 punte]

2.1 Gegee $f(x) = |4x - 2| - 2$

2.1.1 Skryf die koördinaat van die knakpunt neer. (2)

2.1.2 Los op vir x indien $f(x) = 0$. (3)

2.1.3 Vervolgens (of andersins) los op vir x in $|f(x)| = 0$ (2)

2.2 Los op vir x, $x \in \mathbb{R}$, in:

2.2.1 $|x - 4| < 3$ (3)

2.2.2 $|\mathrm{x} - 5| + 1 = 0$ (2)

2.2.3 $|4x - 2| = x^2 + 1$. Laat jou antwoord in wortelvorm waar nodig. (6)

Vraag 3 – Polinome & Induksie [17 punte]

3.1 Indien $x = 2\sqrt{5}$ 'n nulpunt is van $f(x) = x^3 + 5x^2 - 20x - 100$, faktoriseer $f(x)$ volledig in $\mathbb{R}[x]$. (5)

3.2 Vervolgens (of andersins) faktoriseer $g(x) = f(x - 1)$ volledig in $\mathbb{R}[x]$. (2)

3.3 Gebruik wiskundige induskie en bewys dat

$$\sum_{r=1}^{n}(r^2 - r) = \frac{n^3 - n}{3}$$

(10)

Vraag 4 – Parsiële Breuke & Funksies [21 punte]

4.1 Ontbind $\frac{x-2}{x^3+x}$ volledig in parsiële breuke. (8)

4.2 Indien $h(x) = \begin{cases} 3x^2 - 12 & as\ x < -1 \\ -x - k & as\ x \geq -1 \end{cases}$

4.2.1 Bepaal die waarde van k sodat h kontinu is by $x = -1$. (5)

4.2.2 Is h differensieerbaar by $x = -1$? Motiveer volledig. (3)

4.2.3 Indien $k = -3$ (hierdie is nie 'n opvolg van vraag 4.2.1 nie), skets die grafiek van $h(x)$ op die **DIAGRAMBLAD.** (5)

Vraag 5 – Vektore, Trigonometrie & Binomiaalstelling [21 punte]

5.1 Indien $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{i} - \boldsymbol{2j}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{2j} + \boldsymbol{k}$ en $\boldsymbol{w} = 4\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{k}$

5.1.1. Bepaal die hoek tussen $\boldsymbol{u}$ en $\boldsymbol{w}$ (5)

5.1.2 Bepaal die oppervlakte van die parallelogram wat gevorm word deur vektore $\boldsymbol{u}$ en $\boldsymbol{v}$. (7)

5.2 Gegewe ‘n sektor met radius r, onderspannende hoek θ, oppervlakte A en booglengte s. Gee alle antwoorde i.t.v. A en s.

5.2.1 Indien die radius verdubbel word, wat is die nuwe booglengte? (2)

5.2.2 Indien die hoek halfveer word, en die radius verdubbel word, wat is die nuwe oppervlakte? (2)

5.3 Bepaal die koëffisiënt van die x^4 term in $(2 - 3x^2)^{12}$ (5)

Vraag 6 – Differensiasie [21 punte]

6.1 Bepaal die volgende:

6.1.1 $\frac{d}{dx}[sin^3(4x)]$ (4)

6.1.2 $D_x[cos(4x).(4x^3 + \sqrt{x})]$ (6)

6.1.3 $\frac{d}{dx}\left[\frac{3x^2}{(5x^2-3)^2}\right]$ (6)

6.2 Beskou, $2x^3 - 16x - 46 = 0$. Gebruik $x_1 = 2$ en bepaal die oplossing vir die gegewe vergelyking korrek tot 5 desimale plekke m.b.v. Newton se metode. (5)

Vraag 7 – Integrasie [17 punte]

7.1 Bepaal die volgende integrale

7.1.1 $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2+2x}} dx$ (5)

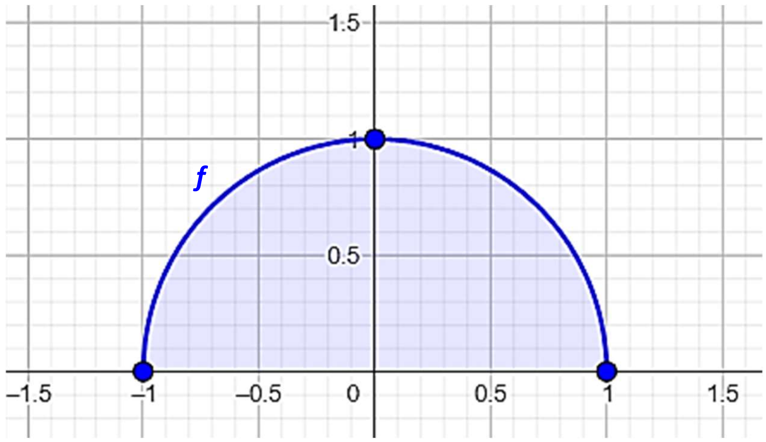
7.1.2 $\int sec^2(2x) + sec(-x).tan(-x)dx$ (4)

7.1.3 Bepaal k indien $\int_0^{\frac{k}{3}} \frac{1}{(3x)^2+1}\, dx = \frac{\pi}{12}$ (5)

7.2 Bepaal $f(x)$ indien $f(x)$ deur die punt $(0; 2)$ gaan en $f'(x) = -4x^3 + 5$. (3)

Vraag 8 – Oppervlakte en Volume [15 punte]

8.1 Die skets hieronder toon die grafiek van $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

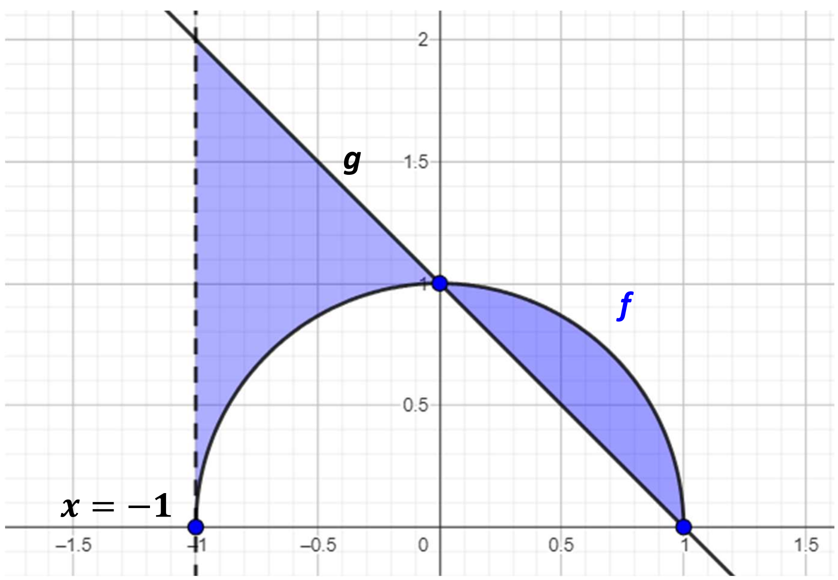


8.1.1 Bepaal die volume van die omwentellingsliggaam wat ontstaan indien $f(x)$ om die x-as roteer tussen $x = -1$ en $x = 1$. (6)

8.1.2 Watter tipe vorm is die omwentellingsliggaam? Stem jou antwoord in vraag 8.1.1 oorreen met wat jy reeds oor hierdie vorm weet? (2)

8.1.3 Bepaal die oppervlakte van die gearsseerde gedeelte. (2)
Wenk: Jy hoef nie te integreer nie.

8.2 Indien $g(x) = -x + 1$ en $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ met die lyn $x = -1$ hieronder.



Bepaal 'n uitdrukking om die gearseerde opperlvaktes tussen die twee grafieke te bereken. Jy hoef nie te vereenvudig nie.
(Moet nie die integraal(e) bepaal nie!) (5)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

ALPHA WISKUNDE FORMULEBLAD

ALGEBRA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{as} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{as} \quad x < 0 \end{cases}$$

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \cdots \text{ ; mits } |x| < 1$$

VEKTORE:

$$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \cos\theta$$

$$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

CALCULUS:

$$\int_a^b x^n \, dx = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_a^b$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

TRIGONOMETRIE:

In 'n sektor: $s = r\theta$ en $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

Identiteite: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$ $\quad \cot^2 x + 1 = \text{cosec}^2 x$

$$\text{cosec}\, x = \frac{1}{\sin x} \qquad \sec x = \frac{1}{\cos x} \qquad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \tan\theta$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

area ΔABC $= \frac{1}{2} ab.\sin C$

TABEL MET AFGELEIDES:

$F(x)$	$F'(x)$
ax^n	nax^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\text{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \,.\, \tan x$
$\text{cosec}\, x$	$-\text{cosec}\, x \,.\, \cot x$

$F(x)$	$F'(x)$
$\text{bgsin}\, x$ $\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{bgcos}\, x$ $\arccos x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{bgtan}\, x$ $\arctan x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x).g(x)$	$f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)].g'(x)$

Alpha Wiskunde Graad 11 – Finale Eksamen 2024
ANTWOORDBLAD

Naam en Van: ____

Vraag Totaal	1 [20]	2 [18]	3 [17]	4 [21]	5 [21]	6 [21]	7 [17]	8 [15]
Leerder punt								

TOTAAL 150

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

DIAGRAMBLAD [Vraag 4.2.3]