

α -WISKUNDE

Alpha Wiskunde Halfjaar eksamen 2020

Graad 11

Tyd: 2 ½ ure

Totaal: 165 punte

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 7 bladsye, 'n formuleblad van 1 bladsy en 'n antwoordblad van 2 bladsye.
2. Beantwoord AL 7 vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genommer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde met hoeke moet in radiale gegee word.
10. 'n Formuleblad is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

Vraag 1**[20 punte]**

Hierdie vraag moet **op die antwoordblad** beantwoord word. Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X**.

1.1 Los op vir $x \in \mathbb{R}$ in $-|3 - x| > -5$

(A) $x < -8$ of $x > 2$

(B) $-8 < x < 2$

(C) $-2 < x < 8$

(D) $x < -2$ of $x > 8$

1.2 As die koëffisiënt van die derde term van die uitbreiding $(x + b)^6$ is 60, bepaal die waarde van b:

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

1.3 Die uitbreiding van $(4 - 3x)^{-5}$ sal konvergeer as:

(A) $|x| < 3$

(B) $|x| < \frac{3}{4}$

(C) $|x| < \frac{1}{3}$

(D) $|x| < \frac{4}{3}$

1.4 Die inverse van funksie $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2} - \pi\right)$ sal gedefinieer wees indien f se definisieversameling beperk word tot ...

(A) $[0; \pi]$

(B) $[-\pi; \pi]$

(C) $[0; 2\pi]$

(D) $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

1.5 As $|x - 2| \leq 0$, dan is $x =$

(A) 0

(B) Geen oplossing

(C) 2

(D) $x \in \mathbb{R}$

1.6 'n Sirkel met 'n radius van 3cm word opgedeel in 3 gelyke sektore. Wat is die booglengte van een sektor.

(A) π

(B) 2π

(C) $\frac{2\pi}{3}$

(D) 6π

1.7 Indien $i - 2$ 'n wortel is van f , watter een van die volgende sal ook 'n wortel wees van die funksie f :

(A) $2 - i$

(B) $-2 + i$

(C) $-2 - i$

(D) Nie een van die bogenoemde nie.

1.8 Hoeveel terme het die uitbreiding van $\frac{3(1+x)^3}{2x}$?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

1.9 Watter van die volgende bewerings is onwaar:

(I) $|x| = \sqrt{x^2}$

(II) $|x| = (\sqrt{x})^2$

(III) $|x| = |-x|$

(IV) $|x| = -|x|$

(A) (I), (II) en (IV)

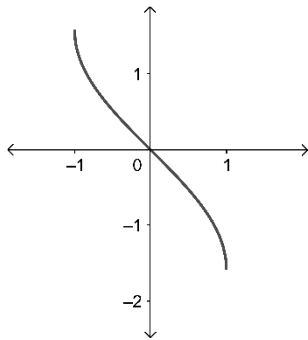
(B) Slegs (II)

(C) (II) en (IV)

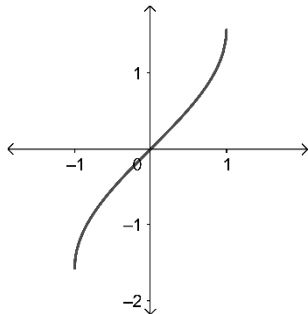
(D) Slegs (IV)

1.10 Die grafiek van $y = -b\cos(x) + \frac{\pi}{2}$ is:

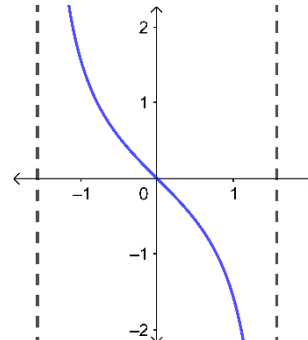
(A)



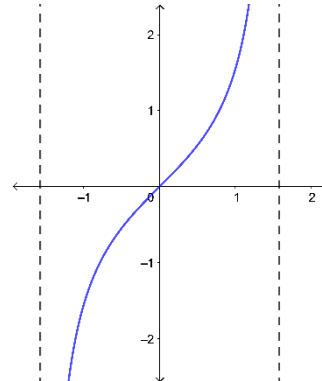
(C)



(B)



(D)



Vraag 2**[33 punte]**2.1 Gegee: $g(x) = 4x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1$.(a) Bepaal of $(1 - 2x)$ 'n faktor is van $g(x)$ deur van die faktorstelling gebruik te maak. (3)

(b) Bepaal die kwosiënt deur middel van sintetiese deling, of andersins. (5)

$$\frac{4x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1}{1 - 2x}$$

(c) Indien $x - i$ 'n faktor is van $g(x)$, bepaal die al die faktore van $f(x)$ oor $\mathbb{C}[x]$. (9)2.2 Ontbind $\frac{3 - 4x^3}{(1 - 2x)^2(x^2 + 1)}$ in parsieële breuke. (9)2.3 Gegee $f(x) = x^3 - 17x^2 + 55x - 39$ en $2 + \sqrt{1}$ is 'n nulpunt van $f(x)$. (7)
Faktoriseer $f(x)$ volledig oor $\mathbb{C}[x]$.**Vraag 3****[26 punte]**3.1 Gebruik Wiskundige Induksie en bewys dat die bewering geld vir alle $n \in \mathbb{N}$.

$$\sum_{k=1}^n 2^{k-1} = n(2^n) \quad (12)$$

3.2 Voltooi die bewys dat die volgende bewering geld vir alle $n \in \mathbb{N}$ deur van Wiskundige Induksie gebruik te maak. (Wenk $(n + 2)! = (n + 1)!(n + 2)$) (6)

Gegee die bewering:

$$1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + \dots + n(n!) = (n + 1)! - 1$$

Toets as $n = 1$: LK: $1(1!) = 1$ RK: $(1 + 1)! - 1$

$$\begin{aligned} &= 2! - 1 \\ &= (2)(1) - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore LK = RK$$

Aanvaar die bewering is waar vir $n = k$:

$$1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + \dots + k(k!) = (k + 1)! - 1$$

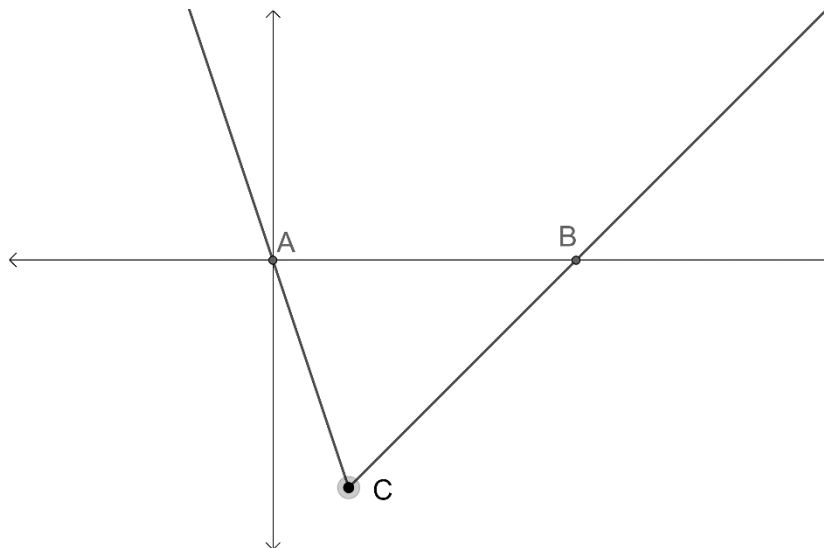
Voltooi nou die bewys deur die bewering waar **te bewys vir $n = k + 1$** . Dit is nie nodig om die afleiding te skryf nie.3.3 Bewys dat $4^{2n} - 1$ deelbaar is deur 5 vir alle $n \in \mathbb{N}$, deur van Wiskundige Induksie gebruik te maak. (10)

Vraag 4**[32 punte]**

4.1 Beskou nou die skets van $f(x) = 2|x - 1| - 4$ en $g(x) = x - 2$.

Hieronder is 'n skets van $h(x) = f(x) - g(x)$.

- (a) Bepaal die koördinate van A en B , die x -afsnitte van $h(x)$. (9)
- (b) Bepaal vervolgens vir watter waardes van x sal $f(x) > g(x)$. (2)
- (c) Bepaal die knakpunt van $h(x)$. (3)



4.2 Los op vir $x \in \mathbb{R}$ in:

- (a) $-|x - 7| \leq -2$ (3)
- (b) $\left| \frac{x+1}{x-2} \right| = 2$ (4)
- (e) $|x - 3| > -2$ (2)

4.3 Gegee die funksie van $f(x) = |3x - 1| - 2$.

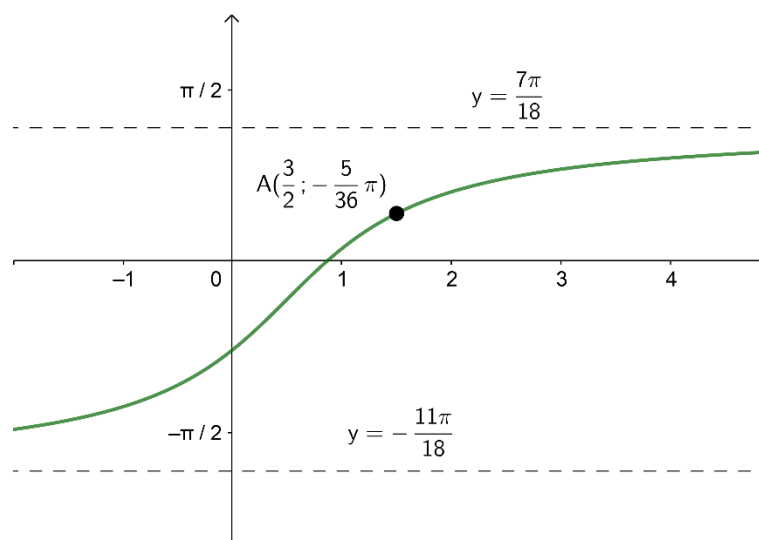
- (a) Skets die grafiek van $f(x)$. Gebruik **DIAGRAMBLAD 1** vir die skets.
Dui alle afsnitte met die asse en die knakpunt duidelik aan op jou skets. (6)
- (b) Skets op dieselfde assestelsel $g(x) = |f(x)|$. (3)

Vraag 5**[29 punte]**

- 5.1 Bepaal die term wat onafhanklik is van $\left(x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{15}$. (7)
- 5.2 Bepaal die eerste 4 terme, in toenemende magte van x , in die uitbreiding $(2 - 5x)^7$. (4)
- 5.3 Bepaal die eerste 3 terme in die binomiaaluitbreiding van $\frac{1}{(2-5x)^7}$. (5)
- 5.4 Gegee die volgende $\sqrt[3]{8-x}$.
- (a) Bepaal en vereenvoudig die eerste 3 terme van die uitbreiding. (7)
- (b) Vir watter waardes van x sal die uitbreiding konvergeer. (2)
- (c) Bepaal vervolgens die waarde van $\sqrt[3]{1000(8-0,1)}$
Gebruik $x = 0,1$ en gee jou antwoord korrek tot 3 desimale syfers. (4)

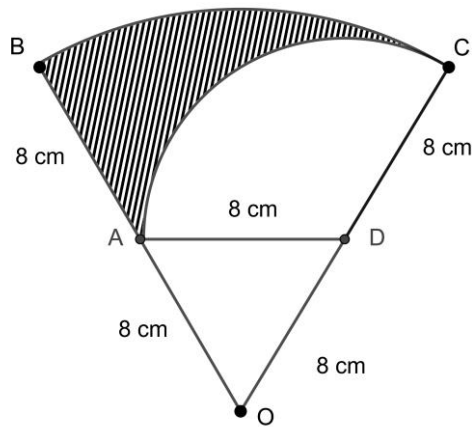
Vraag 6**[16 punte]**Gegee: $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$

- 6.1 Bepaal die inverse van $f(x)$ in die vorm $f^{-1}(x) = \dots$ (4)
- 6.2 $f^{-1}(x)$ is 'n funksie, slegs as die definisieversameling van $f(x)$ beperk word.
Gee die interval van die definisiegebied van $f(x)$ sodat $f^{-1}(x)$ 'n funksie sal wees. (3)
- 6.3 Skets $f^{-1}(x)$ op 'n assestelsel. Gebruik **DIAGRAMBLAD 2** vir die skets.
Toon die afsnitte met die asse, die koördinate van die eindpunte en asimptote duidelik aan. (5)
- 6.4 Gegee die funksies $f(x) = b \tan(x - p) + q$. Die funksies het horisontale asimptote by $y = \frac{7\pi}{18}$ en by $y = -\frac{11\pi}{18}$. Die skets toon ook 'n punt $A\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{36}\pi\right)$ op f .
Bepaal waardes van p en q .



Vraag 7**[13 punte]**

Die diagram toon 'n sektor OBC van 'n sirkel met middelpunt O en radius van 16 cm . Die middelpunt van OB en OC is onderskeidelik A en D. Die lengte van AD is 8 cm . AC is 'n boog van 'n sirkel met 'n middelpunt D en radius van 8 cm . Die gearseerde area word gevorm deur die lyn AB en die boë BC en AC.



- 7.1 Bepaal die hoek \widehat{ADC} in radiale. (2)
- 7.2 Bepaal die omtrek van die gearseerde gedeelte ABC. (4)
- 7.3 Bepaal die oppervlakte van gearseerde gedeelte ABC (7)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

ALPHA WISKUNDE FORMULEBLAD

ALGEBRA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{as } x \geq 0 \\ -x & \text{as } x < 0 \end{cases}$$

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots ; \text{mits } |x| < 1$$

VEKTORE:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

CALCULUS:

$$\int_a^b x^n dx = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_a^b$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

TRIGONOMETRIE:

In 'n sektor: $s = r\theta$ en $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

Identiteite: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$

$\cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$

$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$

$\cot x = \frac{1}{\tan x}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \tan \theta$

In ΔABC : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

TABEL MET AFGELEIDES:

$F(x)$	$F'(x)$
ax^n	nax^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$

$F(x)$	$F'(x)$
$\operatorname{bgsin} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arcsin} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{bgcos} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arccos} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{bgtan} x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$\operatorname{arctan} x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)] \cdot g'(x)$

Alpha Wiskunde Graad 11 - Halfjaar examen 2020
ANTWOORDBLAD

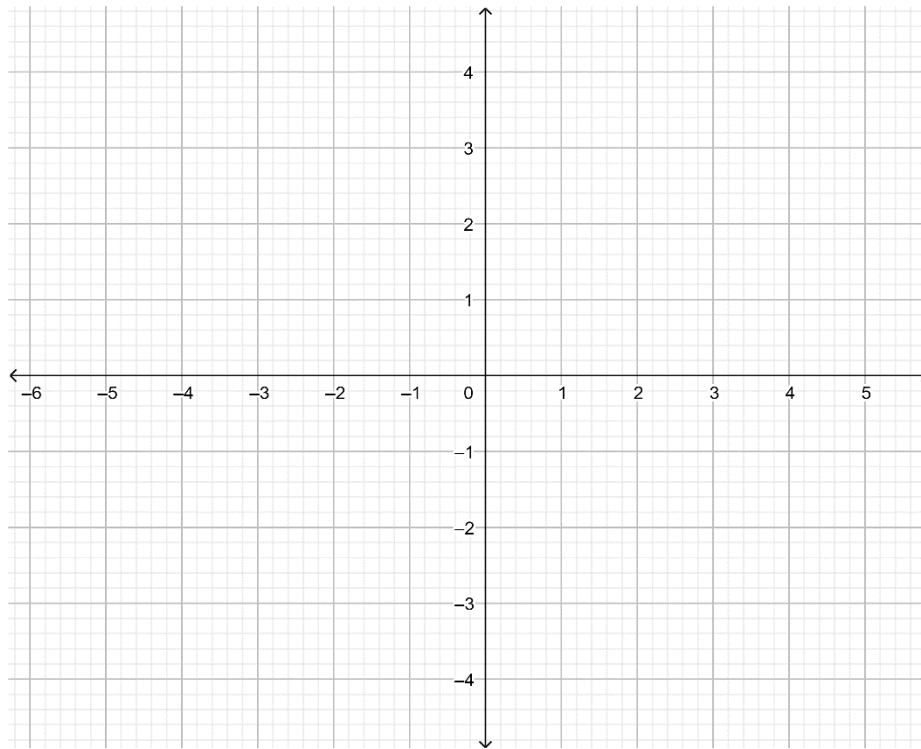
Naam en Van: _____

Vraag Totaal	1 [20]	2 [33]	3 [26]	4 [32]	5 [29]	6 [16]	7 [13]	TOTAAL 169
Leerder punt								

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

DIAGRAMBLAD 1



DIAGRAMBLAD 2

