

# $\alpha$ -WISKUNDE

## Alpha Wiskunde Eindeksamenvraestel

**Eksamen 2020**

**Graad 11**

**Eksaminator: AM Muller**

**Moderator: R Grobler**

**Leestyd: 10 min**

**Skryftyd: 2½ ure**

**Totaal: 165 punte**

### INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 7 bladsye, 'n Formuleblad van 1 bladsy en 'n Antwoordblad van 1 bladsy.
2. Beantwoord AL tien vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genummer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot **twee desimale syfers** afgerond word.
6. **Alle noodsaaklike berekeninge moet duidelik getoon word, behalwe in vraag een.** Geen punte sal toegeken word indien slegs die antwoord neergeskryf is nie.
7. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word indien nodig.
9. Skryf netjies en leesbaar.

## Vraag 1

[20 punte]

Hierdie vraag moet op die **Antwoordblad** beantwoord word.

Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die Antwoordblad.

1.1 Die puntproduk van  $\mathbf{A} = (3; 2; a)$  en  $\mathbf{B} = (5; -1; 2)$ ,  $\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = 15$ , dan is  $a = \dots$

- (A) 1
- (B)  $\pm 1$
- (C)  $-1$
- (D)  $4\frac{1}{2}$

1.2 Die X-as afsnit van  $y = b \tan 2x - \frac{\pi}{4}$  is,  $x = \dots$

- (A)  $\frac{\pi}{4}$
- (B)  $\frac{-\pi}{4}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D) 2

1.3  $x^2(3x + 4y)^{10}$  het ... terme

- (A) 9
- (B) 10
- (C) 11
- (D) Oneindig

1.4  $(2 + 5x)^{-3}$  konvergeer as

- (A)  $|x| < \frac{2}{5}$
- (B)  $|x| < 5$
- (C)  $|x| < \frac{1}{5}$
- (D)  $|x| > \frac{2}{5}$

1.5 Die inverse van  $f(x) = 3 \operatorname{bgsin}\left(x + \frac{1}{2}\right) - 5$  is

(A)  $f^{-1}(x) = \sin\left(\frac{x}{3} + 5\right) + \frac{1}{2}$

(B)  $f^{-1}(x) = \sin\left(\frac{x+5}{3}\right) - \frac{1}{2}$

(C)  $f^{-1}(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right) + \frac{9}{2}$

(D)  $f^{-1}(x) = \sin\left(\frac{-5x}{3}\right) - \frac{1}{2}$

1.6 Om  $\frac{x^2-4x+7}{x^2(x-1)^2(x^2+1)}$  in parsieë breuke te ontbind gebruik ons

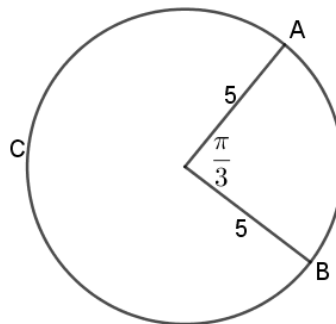
(A)  $\frac{Ax+B}{x^2} + \frac{Cx+D}{(x-1)^2} + \frac{Ex+F}{x^2+1}$

(B)  $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x^2+1}$

(C)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{(x-1)^2} + \frac{Ex+F}{x^2+1}$

(D)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2} + \frac{Ex+F}{x^2+1}$

1.7 Die booglengte van ACB is



(A) 26,18 cm

(B) 5,48 cm

(C) 5,24 cm

(D) 130,90 cm

1.8 Los op vir  $x : \frac{-2}{|4-2x|} + 4 \geq 0$

(A)  $x \leq \frac{7}{4}$

(B)  $\frac{7}{4} \leq x \leq \frac{9}{4}; x \neq 2$

(C)  $\frac{-9}{4} \leq x \leq \frac{-7}{4}; x \neq 2$

(D)  $x \leq \frac{7}{4}$  of  $x \geq \frac{9}{4}$

$$1.9 \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{as } x \leq 3 \\ 2x + 2 & \text{as } x > 3 \end{cases}$$

$f(x)$  is kontinuu by  $x = 3$ , dan is  $a = \dots$

- (A)  $\pm 1$
- (B)  $1$
- (C)  $\sqrt{11}$
- (D)  $\pm\sqrt{11}$

1.10 Die inverse van  $f(x) = 3 \cos(2x - 3)$  sal gedefinieer wees indien  $f$  se definisieversameling beperk word tot  $x \in \dots$

- (A)  $[0; \pi]$
- (B)  $[1,57; 2]$
- (C)  $x \in \mathbb{R}; x \neq \frac{3}{2}$
- (D)  $\left[\frac{3}{2}; 3,07\right]$

## Vraag 2

[11 punte]

2.1 Los op vir  $x$ :  $|x - 1| = \frac{x-5}{3}$

(7)

2.2 Gegee  $y = -2|x - 3| + 4$

Bereken:

- (a) die knakpunt
- (b) die Y-as afsnit
- (c) die X-as afsnit(te)

(4)

## Vraag 3

[16 punte]

3.1 Gegee  $f(x) = 1 - x^2$  en  $g(x) = \sin(\pi - 3x)$ . Bepaal  $(f \circ g)(x)$  en vereenvoudig die antwoord.

(3)

3.2 Gegee  $f(x) = \frac{3x+5}{(1-x)(1+3x)}$

- (a) Ontbind  $f(x)$  in partiële breuke. (5)
- (b) Gebruik die magsreeks en jou antwoord in (a) en brei  $f(x)$  uit in stygende magte van  $x$  tot by die term wat  $x^2$  bevat. (8)

**Vraag 4****[13 punte]**

Faktoriseer  $f(x)$  volledig in  $\mathbb{C}[x]$  as  $-1 + 2\sqrt{3}$  en  $-2$  nulpunte van  $f(x) = x^5 + 5x^4 - 2x^3 - 25x^2 - 29x - 22$  is.

(13)

**Vraag 5****[17 punte]**

5.1 Die konstante term in die uitbreiding van  $\left(ax^3 + \frac{1}{2x}\right)^8$  is 7.

Bereken die waarde van  $a$  as  $a > 0$

(5)

5.2 Bewys met behulp van Wiskundige Induksie dat

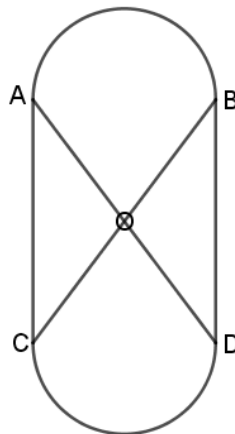
$$\sum_{r=1}^n (2r - 1) = \frac{1}{3}n(3n^2 - 1)$$

vir alle  $n \in \mathbb{N}$ .

(12)

**Vraag 6****[12 punte]**

'n Venster word ontwerp soos in die skets aangedui word. AOB en COD is sektore van 'n sirkel met middelpunt O en radius 2 meter.  $\widehat{AOB} = \widehat{COD} = \frac{\pi}{3}$  radiale.



6.1 Bereken die omtrek ABDC van die venster korrek tot 2 desimale plekke.

(5)

6.2 Die oppervlakte van die venster is  $(a\pi + c\sqrt{b}) \text{ m}^2$ .

Bereken  $a$ ,  $b$  en  $c$  se waardes.

(7)

**Vraag 7****[18 punte]**

- 7.1 (a) Bewys dat die vergelyking  $x^3 = 6x^2 - 30$  'n wortel tussen 4 en 5 het. (4)  
 (b) Bereken die waarde van hierdie wortel met behulp van Newton se metode korrek tot 3 desimale plekke. (4)

7.2 As  $f(x) = \begin{cases} 2x + 8 & \text{as } x < -3 \\ 2 & \text{as } x = -3 \\ x^2 - 7 & \text{as } x > -3 \end{cases}$

- (a) Bereken die  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$  indien dit bestaan  
 (b) Is  $f(x)$  kontinu by  $x = -3$ ? Motiveer.  
 (c) Is  $f(x)$  differensieerbaar by  $x = -3$ ? Motiveer. (10)

**Vraag 8****[14 punte]**

Differensieer soos gevra. Moenie die antwoorde vereenvoudig nie.

8.1  $D_x \left[ \frac{\tan 7x}{(3x^2+7)^3} \right]$  (7)

8.2 Bepaal  $f'(x)$  as  $f(x) = \cos^4(\text{bgtan } 3x)$  (7)

**Vraag 9****[24 punte]**

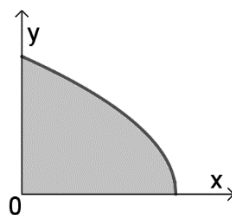
9.1 Bepaal die volgende integrale:

(a)  $\int (\text{cosec}^2(3x) + \theta - (2x + 8)^8) dx$  (3)

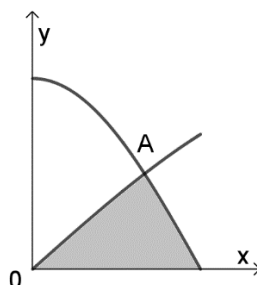
(b)  $\int \frac{2}{\sqrt{9-4x^2}} dx$  (5)

9.2 Bereken die volume van die omwentelingsliggaam wat gevorm word as

$f(x) = \sqrt{20 - 4x}$  om die  $x$ -as wentel. Los die antwoord i.t.v  $\pi$ . (5)



- 9.3 Die skets toon die grafieke van  $f(x) = \cos 4x$  en  $g(x) = \sin 2x$  vir die interval  $\left[0; \frac{\pi}{8}\right]$ . A se  $x$ -koördinaat is  $\frac{\pi}{12}$ . Bereken die oppervlakte van die gearseerde deel. (11)



### Vraag 10

[20 punte]

Die volgende vektore word gegee:

$$\mathbf{A} = 3i - j + 2k$$

$$\mathbf{B} = 4i + 2j + k$$

$$\mathbf{C} = -3i + j + k$$

$$\mathbf{D} = 2i + j + 3k$$

- 10.1 Bepaal die vektore  $\mathbf{AB}$  en  $\mathbf{DC}$ . (2)
- 10.2 Bereken die groottes van  $\mathbf{AB}$  en  $\mathbf{DC}$ . (2)
- 10.3 Bereken die puntproduk  $\mathbf{AB} \bullet \mathbf{DC}$ . (1)
- 10.4 Bereken die grootte van die hoek tussen  $\mathbf{AB}$  en  $\mathbf{DC}$ . (2)
- 10.5 Bepaal 'n vektor wat loodreg is op  $\mathbf{A}$  en  $\mathbf{B}$ . (8)
- 10.6 Bereken die oppervlakte van die parallelogram wat deur  $\mathbf{A}$  en  $\mathbf{B}$  gevorm word. (2)
- 10.7 Bereken die grootte van die hoek wat  $\mathbf{D}$  met die Z-as maak. (3)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -