

α -WISKUNDE

Alpha Wiskunde Halfjaar eksamen 2020

Graad 12

Tyd: 3 ure

Eksaminator: Pieter van Onselen

Totaal: 190 punte

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye, 'n formuleblad van 3 bladsye en 'n antwoordblad van 2 bladsye.
2. Beantwoord AL 9 vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genommer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde met hoeke moet in radiale gegee word.
10. 'n Formuleblad is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

Vraag 1**[20 punte]**Hierdie vraag moet **op die antwoordblad** beantwoord word.Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die Antwoordblad.1.1 As daar 'n loodlyn getrek word aan $y = e^x$ by enige punt $(x; y)$, dan sal die gradiënt van hierdie loodlyn gelyk wees aan...

(A) -1

(B) y

(C) $-y$

(D) $-\frac{1}{y}$

1.2 Vir watter waardes van x sal die funksie $f(x) = x^2 + 2x - 15$ dalend wees?

(A) $x \leq -5$ of $x \geq 3$

(B) $x \leq -1$

(C) $x \geq -1$

(D) $-5 \leq x \leq 3$

1.3 Gegee dat $f(x) = \log_3(e^x)$, dan is $f'(x) =$

(A) $\frac{1}{\ln 3}$

(B) $\frac{1}{e^x \ln 3}$

(C) $\frac{1}{e^x}$

(D) $\frac{e^x}{\ln 3}$

1.4 Gegee $f(x) = 3e^{2x}$. Dan is die inverse van f in die vorm $f^{-1}(x) = \dots$

(A) $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{x}{3}\right)$

(B) $\log_2\left(\frac{x}{3}\right)$

(C) $\ln\left(\frac{x}{3}\right)$

(D) $\frac{1}{4} \ln\left(\frac{x}{3}\right)$

1.5 Vir watter waardes van a en b is die punt $(1; 1)$ 'n buigpunt van die funksie $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$?

(A) $a = 1; b = 1$

(B) $a = -3; b = 2$

(C) $a = -3; b = 5$

(D) $a = 2; b = -3$

1.6 Watter van die volgende is gelyk aan $\ln 5$?

(A) $\ln 4 + \ln 1$

(B) $\frac{\ln 10}{\ln 2}$

(C) $\int_1^5 \ln x \, dx$

(D) $\int_1^5 \frac{1}{x} \, dx$

1.7 Vind die horisontale asimptoot, indien daar wel een is, van $\frac{x^2+x}{3x^3-2x^2+1}$.

(A) $y = 1$

(B) $y = \frac{1}{3}$

(C) $y = 0$

(D) Geen horisontale asimptoot nie.

1.8 As $\ln f(x) = e^x \ln x$, dan is $f'(1) = \dots$

(A) $-\frac{1}{e}$

(B) $-e$

(C) $\frac{1}{e}$

(D) e

1.9 Die vergelyking van die raaklyn aan $f(x) = e^{2x}$ by $x = 0$ is ...

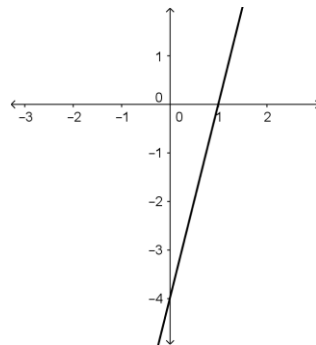
(A) $y = 2x + 1$

(B) $y = 2x - 1$

(C) $y = -2x + 1$

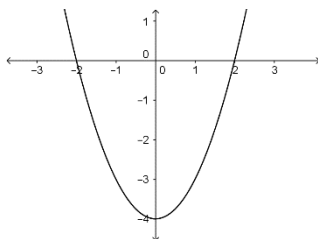
(D) $y = -2x - 1$

1.10 Die skets toon die grafiek van $y = g'(x)$, die afgeleide van $y = g(x)$.

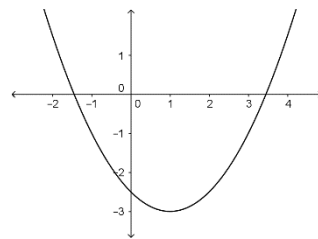


Watter van die volgende kan 'n skets van $y = g(x)$ wees?

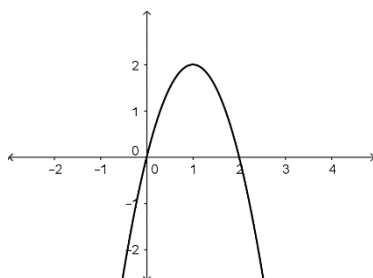
(A)



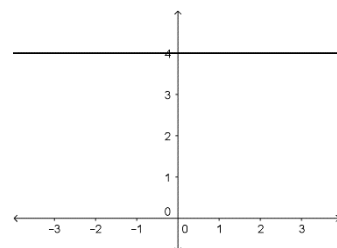
(B)



(C)



(D)



Vraag 2**[29 punte]**

- 2.1 Die verspreiding van die COVID-19 virus in Italië kan bepaal word met die Wet van onbeperkte groei:

$$N(t) = N_0 e^{kt}$$

Waar :

- N_0 stel die aanvanklike persone wat geïnfekteer was
 - t is die tyd in dae wat verloop het
 - k stel die konstante van groei voor
- (a) Die aantal infeksies aan die begin van die epidemie in Italië was 230. Na 4 weke was die aantal infeksies 6500. Bepaal die groei konstante k . (4)
- (b) Hoeveel infeksies sal daar na 50 dae wees? Gebruik $k = 0,12$. (2)
- (c) Bepaal die tempo waarteen die virusse versprei het na 10 dae. (3)
- (d) Wetenskaplikes het 'n formule ontwikkel wat dat die virus verspreiding meer akkuraat bereken:

$$N(t) = 230(2^{0,17t})$$

Wat sal die tempo van verspreiding wees na 10 dae volgens die nuwe formule? (3)

- 2.2 Los op vir $x \in \mathbb{R}$ in:

(a) $e^{1-x} = \frac{5}{e^{2x}}$ (4)

(b) $\ln\left(\frac{1}{e^3}\right) = e^{\ln(1-2x)}$ (3)

- 2.3 Gegee die funksie $f(x) = \ln(2x + 1) - \frac{e}{2}$:

(a) Bepaal die inverse $f^{-1}(x)$. (4)

(b) Bepaal die x - en y -afsnitte van $f(x)$. (4)

(c) Gee die vergelyking van die vertikale asimptoot. (2)

Vraag 3**[24 punte]**3.1 Gegee $(i - 1)^3 = a \text{ cis } 3\theta$:(a) Skakel $i - 1$ om na poolvorm. (4)(b) Bepaal $(i - 1)^3$ deur in poolvorm van **de Moivre se stelling** gebruik te maak. (3)(c) Toon aan dat $\sin 3\theta = (\cos^2 \theta \sin \theta - \sin^2 \theta \cos \theta)$ deur van **de Moivre se stelling** en die **binomiaal stelling** gebruik te maak. (6)3.2 (a) Skakel $2(\sqrt{3} - i)$ om na **eksponensiële** vorm.Los die antwoord in wortelvorm en π indien nodig. (4)(b) Gebruik De Moivre se stelling en bepaal die waarde van $\frac{\sqrt{2}(i-1)}{\sqrt{2(\sqrt{3}-i)}}$.

Werk in eksponensiële vorm en gee die antwoord in reghoekvorm. (7)

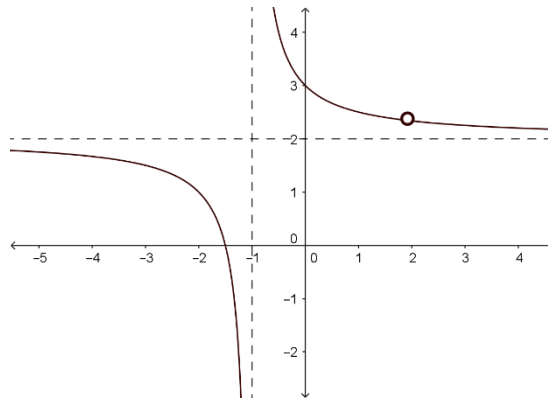
Vraag 4**[24 punte]**4.1 Gegee die vergelyking $\sin y = \frac{e^x}{x} - \ln(x y^2)$:(a) Gebruik implisiete differensiasie en toon aan dat $\frac{dy}{dx} = \frac{ye^x(x-1)-xy}{x^2(2+y \cos(y))}$. (11)(b) Bepaal die gradiënt van die lyn by die punt $(1; \frac{15}{e})$. (2)4.2 Gegee die vergelyking $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 8$:

(a) Bepaal die afgeleide van die funksie. (5)

(b) Bepaal die waarde van $\frac{d^2x}{dy^2}$ by die punt $(-2; 0)$. (6)

Vraag 5**[23 punte]**

Die skets toon die funksie $f(x) = \frac{(ax+3)(x+b)}{(x+c)(x+d)}$.



- 5.1 Bepaal die waardes van a, b, c en d indien $b = d$. (6)
- 5.2 Bepaal die assimpote indien d verander na $d = -1$. (3)
- 5.3 Indien $a = 1, b = -1, c = 0$ en $d = 0$, bepaal die draaipunt van die funksie. (8)
- 5.4 Bepaal die aard van die draaipunt. (6)

Vraag 6**[22 punte]**

Gegee die funksie $\frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$. Die funksie het nie x -afsnitte nie.

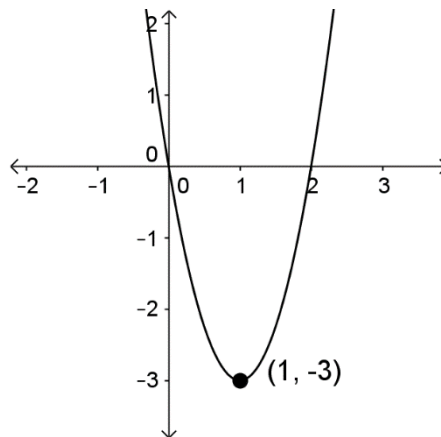
- 6.1 Bepaal die y -afsnit. (2)
- 6.2 Bepaal die vergelykings van die asimptote en benoem die asimptote. (4)
- 6.3 Bepaal die koördinate van die draaipunte. (10)
- 6.4 Skets die rasionale funksie. Gebruik **DIAGRAMBLAD 1** vir die skets. Toon alle afsnitte met die asse, draaipunte en vergelykings van die assimpote duidelik op die skets. (6)

Vraag 7**[24 punte]**

7.1 Gegee die funksie $g(x)$ se gradiënt by die y -afsnit is -36 en $g''(x) = 12x + 6$:

- (a) Bepaal die stationêre punte van die grafiek en klassifiseer die punte. (9)
- (b) Bepaal of g 'n buigpunt het, indien wel, gee die koördinate van die buigpunt en toon aan dat dit wel 'n buigpunt is. (5)
- (c) Bepaal die interval waarvoor $g(x)$ konkaf op is. (2)

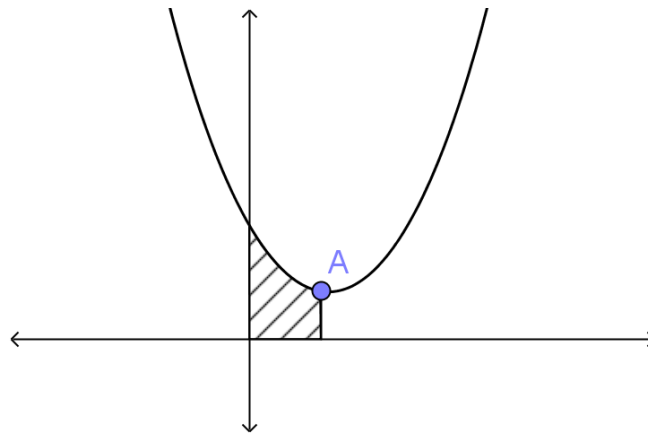
7.2 Gegee die funksie $f'(x) = 3(-2 + x)x$, die **afgeleide** van $f(x)$:



- (a) Bepaal die stasionêre punt(e) van $f(x)$ en klassifiseer die punt(e). (4)
- (b) Bepaal die buigpunt van $f(x)$. (2)
- (c) Bepaal vir watter waardes van x sal die grafiek stygend wees. (2)

Vraag 8**[16 punte]**

Gegee die funksie $f(x) = e^x + \frac{1}{e^{x-1}} - 3$.



- 8.1 Bepaal die x -koördinaat van die draaipunt van $f(x)$ by A. (5)
- 8.2 Bepaal die tweede afgeleide van die funksie $f(x)$ en gebruik dit om te bepaal of dit 'n maksimum of minimum draaipunte is. (4)
- 8.3 Bepaal die oppervlakte onder die grafiek van f en bo die x -as tussen $x = 0$ en die x -waarde van koördinaat van A. (7)

Vraag 9**[8 punte]**

Bepaal die volgende integrale:

- (a) $\int \frac{e}{2x-1} dx$ (2)
- (b) $\int \frac{e}{(2x-1)\ln 3} dx$ (3)
- (c) $\int 5^{2x-3} dx$ (3)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

ANTWOORDBLAD
Alpha Wiskunde Graad 12
Halfjaar examen 2020

Naam en Van: _____

Vraag Totaal	1 [20]	2 [29]	3 [24]	4 [24]	5 [23]	6 [22]	7 [24]	8 [16]	9 [8]	TOTAAL 190
Leerder punt										

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

DIAGRAMBLAD 1

