

# $\alpha$ -WISKUNDE

## Alpha Wiskunde EINDEKSAMENVRAESTEL

3 November 2020

Graad 12

Tyd: 3 uur

Totaal: 200 punte

### INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Beantwoord AL 10 vrae op hierdie vraestel.
2. Skryf jou naam en ID-nommer op die voorblad van die vraestel.
3. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by 'n spesifieke vraag.
4. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
5. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
6. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word waar van toepassing.
7. Hierdie vraestel bestaan uit 'n voorblad, 26 bladsye en 'n formuleblad van 3 bladsye.
8. Vraag 1 bestaan uit 10 meervoudigekeusevrae. Beantwoord dit op die antwoordblad. Hierdie antwoordblad is aan die voorkant van die vraestel. **Moet nie hierdie antwoordblad losmaak nie.**
9. Toon alle noodsaaklike berekeninge duidelik aan by elke vraag. Die korrekte antwoord op sigself sal nie noodwendig tot volpunte lei nie.
10. Addisionele skryfspasie word aan die einde van die vraestel voorsien. Toon duidelik aan indien jy daarvan gebruik maak om 'n vraag te voltooi.
11. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1 [20 PUNTE]**

- Beantwoord hierdie vraag **op die antwoordblad**, wat voor aangeheg is, deur telkens 'n X (kruisie) op A, B, C of D te maak.
- Moet asb. **NIE** hierdie bladsy losmaak van die vraestel nie.
- Hierdie vrae tel 2 punte elk.

1.1 Gegee  $f(x) = \sqrt{5x}$ . Dan is  $f'(5) =$

- (A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\frac{1}{2}$   
(C)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (D)  $\frac{1}{10}$

1.2 Die magreeks  $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^{-5}$  se uitbreiding sal geldig wees indien

- (A)  $|x| < 2$  (B)  $|x| < \frac{1}{2}$   
(C)  $|x| > 2$  (D)  $|x| > \frac{1}{2}$

1.3 Die grafiek van  $y = -|2x - 6| - 4$  het 'n knakpunt by

- (A) (3; 4) (B) (6; -4)  
(C) (3; -4) (D) (-3; -4)

1.4 Die funksie  $f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x & \text{as } x < 2 \\ 2x + 4 & \text{as } x \geq 2 \end{cases}$  is kontinu. Die waarde van  $c =$

- (A) -1 (B) -2 (C) 2 (D) 1

1.5 Die grootte van die vektor  $2i - 3j + ak$  is  $\sqrt{14}$ . Dan is 'n moontlike waarde van  $a =$   
**(A)** 2                    **(B)** 3                    **(C)** -1                    **(D)** -4

1.6 Watter van die volgende bewerings is altyd waar:

**(i)** As  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  bestaan, dan is  $f$  kontinu in  $x = a$ .

**(ii)** As  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ , dan is  $f$  differensieerbaar in  $x = a$ .

**(iii)** As  $f$  differensieerbaar in  $x = a$  is, dan is  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**(A)** Slegs (i)            **(B)** Slegs (ii)            **(C)** Slegs (iii)            **(D)** Slegs (i) en (iii)

1.7 Die gradiënt van die raaklyn aan die grafiek  $\sin x + \cos y = \sqrt{3}$  by die punt  $(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6})$  is gelyk aan

**(A)** 1                    **(B)** -1                    **(C)**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                     **(D)**  $\sqrt{3}$

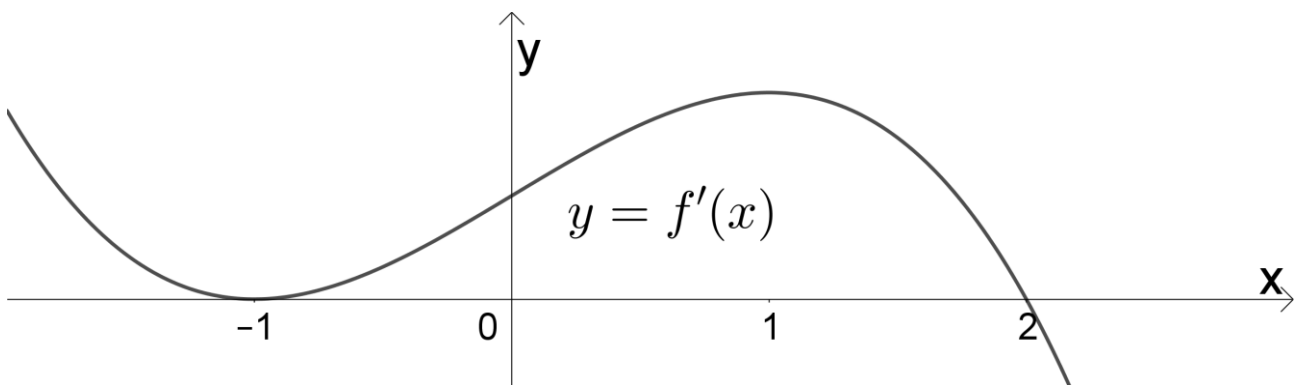
1.8  $\int_0^a e^x dx = 2$ , dan is  $a =$

**(A)**  $\ln 2$                     **(B)**  $\ln 3$                     **(C)** 2                    **(D)** 3

1.9 Die posisiefunksie van 'n partikel word gegee deur  $S(t) = 6 + 3t^2 - t^3, t \geq 0$ . Wanneer sal die partikel geen versnelling hê nie? By  $t =$

- (A)  $-1$             (B)  $2$             (C)  $0$             (D)  $1$

1.10 Die grafiek van  $f'$ , die afgeleide van  $f$  word hier onder getoon.



Watter een van die volgende bewerings is **nie** waar nie: Die grafiek van  $y = f(x)$

- (A) is konkaaf op by  $x = 0$ .  
(B) het 'n stasionêre punt by  $x = -1$ .  
(C) het 'n buigpunt by  $x = -1$ .  
(D) het 'n lokale minimum by  $x = 2$ .

Beantwoord die volgende vrae **op die vraestel** op die lyne wat onderaan elke vraag voorsien is. Toon duidelik aan indien jy die addisionele skryfspasie aan die einde van die vraestel gebruik om 'n vraag te voltooi.

**VRAAG 2 [18 PUNTE]**

2.1 Los op vir  $x$ :  $e^{\frac{x}{2}+10} = 50$ . (3)

---



---



---



---



---



---

2.2 Die grootte van 'n aardbewing kan, volgens die Richterskaal, bepaal word met die vergelyking

$$M_n = \log \frac{T_n}{k}$$

waar  $M_n$  die grootte,  $T_n$  die intensiteit van die aardbewing by plek  $n$  en  $k$  'n konstante is. In Chili was daar in 1960 'n aardbewing met 'n grootte van  $M_C = 9,5$ .

(a) Bepaal  $T_C$  die intensiteit van die aardbewing in Chili in terme van  $k$ . (2)

---



---



---



---



---

(b) In San Francisco was daar in 1989 'n aardbewing met 'n grootte van  $M_S = 6,5$ . Bepaal hoeveel meer intensief (dus  $\frac{T_C}{T_S}$ ) die aardbewing in Chili was. (3)

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---











5.2 Bepaal en vereenvoudig die eerste drie terme van die magreeks

$$\frac{1}{\sqrt{1-2x}}$$

(5)

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

5.3 In 'n eksamen word die volgende vraag gevra:  
Gebruik wiskundige induksie en bewys dat

$$\frac{1}{4 \times 1^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 2^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{4 \times n^2 - 1} = \frac{n}{2n+1}$$

'n Leerder doen die volgende:

**Stel  $n = 1$ : LK =  $\frac{1}{3}$  en RK =  $\frac{1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{1}{3}$ , dus waar vir  $n=1$ .**

**A Stel  $n = k$ :**

$$\frac{1}{4 \times 1^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 2^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{4 \times k^2 - 1} = \frac{k}{2k+1}$$

**B Stel  $n = k + 1$ :**

$$\text{RK} = \frac{k+1}{2(k+1)+1} = \frac{k+1}{2k+3}$$

$$\text{LK} = \frac{1}{4 \times 1^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 2^2 - 1} + \frac{1}{4 \times 3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{4 \times (k+1)^2 - 1} = \dots$$

(a) Die leerder maak 'n fout in stap A. Korreger dit.

(1)

---



---

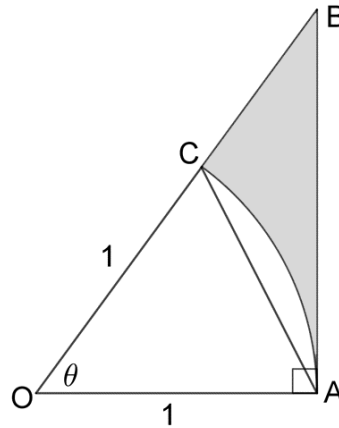


---





- 6.2 O is die middelpunt van die onderstaande sektor OAC met radius 1 en  $\widehat{COA} = \theta$  met  $\theta < \frac{\pi}{2}$ . Die lyn loodreg op radius OA sny OC verleng in B en koord AC is getrek.



- (a) Deur na die oppervlaktes van die onderskeie driehoeke en sektor te verwys, rangskik  $\theta$ ,  $\tan \theta$  en  $\sin \theta$  in dalende orde. (5)

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

- (b) As  $\theta = \frac{\pi}{3}$ , bepaal die omtrek van die gearseerde gebied ABC. (5)

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

6.3 Gegee  $f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{if } x < -2 \\ -x - 2 & \text{if } -2 \leq x < 1 \\ x^2 - 4x & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$

(a) Gebruik die definisie en bepaal die kontinuïteit van  $f$  by die volgende punte.  
Indien diskontinu, gee ook die tipe:

(i)  $x = -2$  (3)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

(ii)  $x = 1$  (3)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

(b) Is  $f$  differensieerbaar by  $x = 1$ ? Motiveer volledig. (3)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

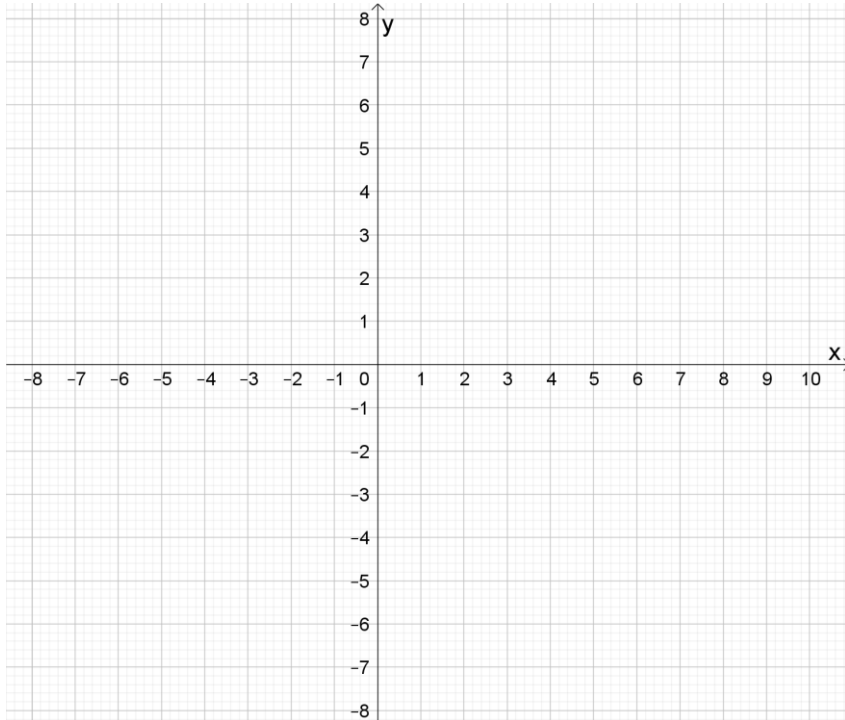
---



7.3 Skryf die  $y$ -afsnit van  $f$  neer. (1)

---

7.4 Gebruik die diagramvel hieronder en maak 'n sketsgrafiek van  $f$ .  
Toon duidelik die koördinate van die draaipunte (indien enige), die asimptote en die  $y$ -afsnit op jou skets aan. (6)



### VRAAG 8 [25 PUNTE]

8.1 Differensieer die volgende funksies soos gevra:

(a) As  $f(x) = 2^{2x+1} + \operatorname{cosec}(x)$ , bepaal  $f'(x)$ . (3)

---



---



---



---

(b)  $D_x[\operatorname{bgsin}(\ln(4x))]$  (3)

---



---



---



---

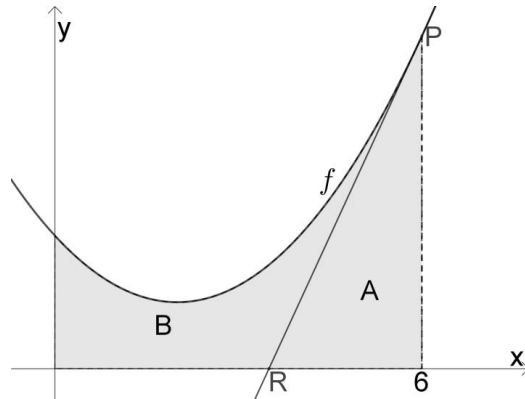












(b) Aanvaar dat  $t = 8$  en bepaal die vergelyking van PR. (5)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

(c) Die oppervlakte B roteer om die  $x$ -as. Skryf die uitdrukking neer waarmee die volume van hierdie omwentelingsliggaam bereken kan word. MOET DIT NIE BEREKEN NIE. (3)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---





