

# $\alpha$ -WISKUNDE

## Alpha Wiskunde Finale Eksamenvraestel

**Leestyd: 10 min**

**Skryftyd: 2 ½ ure**

**Totaal: 165 punte**

**Graad 11  
Eksamen 2017**

### INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye, 'n Formuleblad van 1 bladsy en 'n Antwoordblad van 2 bladsye.
2. Beantwoord AL agt vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genummer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot **twee desimale syfers** afgerond word.
6. **Alle noodsaaklike berekeninge moet duidelik getoon word, behalwe in vraag een.** Geen punte sal toegeken word indien slegs die antwoord neergeskryf is nie.
7. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word indien nodig.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**Vraag 1****[20 punte]**

Hierdie vraag moet op die **Antwoordblad** beantwoord word.

Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die Antwoordblad.

1.1 Los op vir  $x$  in  $-|x - 5| \geq 5$

- (A)  $x \in \mathbb{R}$
- (B)  $x \leq 0$  of  $x \geq 10$
- (C)  $0 \leq x \leq 10$
- (D) Geeneen van bogenoemde opsies nie.

1.2 Gegee  $p(x) = x^3 + ax^2 + 4x + 20$  en  $(x^2 + 4)$  is 'n faktor van  $p(x)$ , dan is...

- (A)  $a = 5$
- (B)  $a = 4$
- (C)  $a = -4$
- (D)  $a = -5$

1.3 Hoeveel terme sal die uitbreiding van  $x(1 + 2x)^{10}$  bevat?

- (A) 10 terme
- (B) 11 terme
- (C) 12 terme
- (D) Geeneen van bogenoemde opsies nie.

1.4 Die **oppervlakte** ingesluit deur die grafiek  $y = \cos x$  en die  $x$ -as tussen die punte  $x = 0$  en  $x = \pi$  is gelyk aan...

- (A) 2
- (B) 1
- (C) 0
- (D)  $\pi$

1.5 Vir watter waardes van  $x$  sal hierdie uitbreiding  $\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$  konvergeer:

- (A)  $|x| < \frac{1}{4}$
- (B)  $|x| > \frac{1}{2}$
- (C)  $|x| < \frac{1}{2}$
- (D) Geeneen van bogenoemde opsies nie.

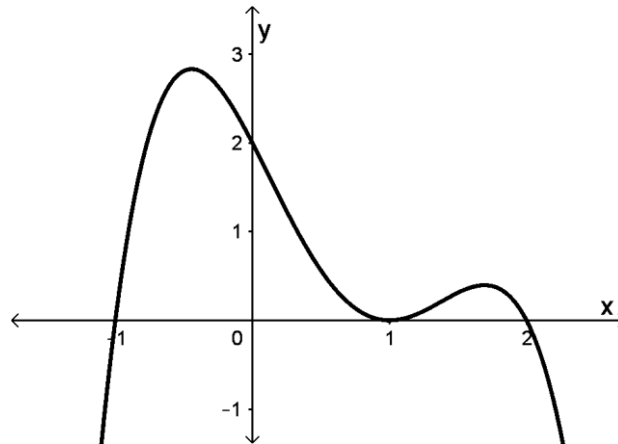
1.6 Die volgende bewering word deur Wiskundige Induksie bewys in **VRAAG 3.2**,

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

Gebruik hierdie bewering en bereken  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21} =$

- (A) 0,4762
- (B) 0,0025
- (C) 0,4737
- (D) 0,4975

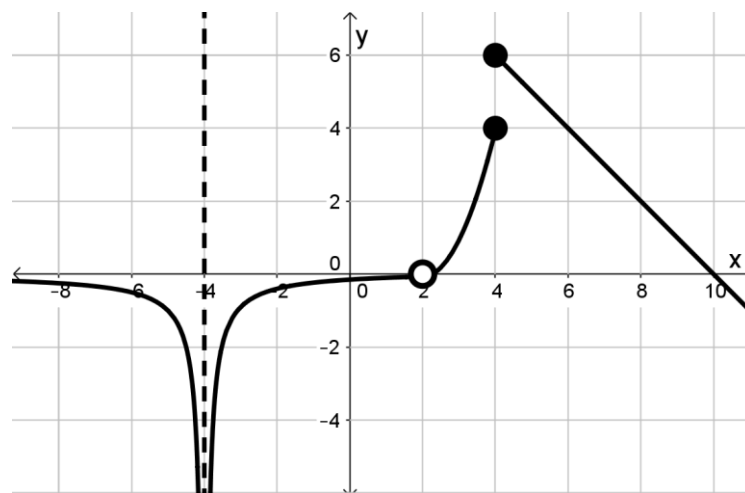
1.7 Gegee die volgende funksie van  $f(x)$ . Die funksie het draaipunte by  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $x = 1$  en  $x = 1,7$ .



Indien Newton se metode gebruik word om 'n  $x$ -afsnit van  $f(x)$  te bepaal en  $x_0 = -0.4$  word gekies as die beginwaarde, na watter  $x$ -afsnit sal Newton se metode neig?

- (A)  $x = -1$
- (B)  $x = 1$
- (C)  $x = 2$
- (D) Die gekose beginwaarde sal nie na een van die  $x$ -afsnitte neig nie.

Gebruik die volgende skets van  $f(x)$  vir **VRAAG 1.8**, **VRAAG 1.9** en **VRAAG 1.10**:



1.8 Watter een van die volgende bewerings is korrek?

- (A) Die funksie is kontinu by  $x = 2$ .
- (B) Die funksie het 'n verwyderbare diskontinuiteit by  $x = 2$ .
- (C) Die funksie het 'n sprong diskontinuiteit by  $x = 2$ .
- (D) Geeneen van bogenoemde bewerings is korrek nie.

1.9 Die volgende drie aannames word gemaak met betrekking tot  $f(x)$ :

$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ bestaan
--	-----------------------------------	---------------------------------------

- (A) Slegs een van die aannames is korrek.
- (B) Slegs twee van die aannames is korrek.
- (C) Al drie aannames is korrek.
- (D) Geeneen van die aannames is korrek nie.

1.10 Wat is die waarde van  $f'(8) =$

- (A) 2
- (B) 1
- (C) -2
- (D) -1

**Vraag 2****[26 punte]**

2.1 Gegee die funksies  $f(x) = -|x-2|+3$  en  $g(x) = \frac{8}{x-1}$ .

(a) Bepaal die waarde van  $f(0)$ . (2)

(b) Die snypunt van  $f$  en  $g$  bestaan slegs waar  $x < 2$ . Bereken die koördinate van die snypunt van  $f$  en  $g$ . (6)

(c) Bereken die  $x$ -afsnitte van  $f$ . (3)

(d) Op **DIAGRAMBLAD 1** is die grafiek van  $g(x)$  reeds geteken. Gebruik hierdie diagramblad en skets die grafiek van  $y = f(x)$ .

Dui alle afsnitte met die asse en knakpunte duidelik aan op jou skets sowel as jou antwoord van VRAAG 2.1 (b). (5)

2.2 Gegee  $x^4 - 4x^2 - 8x - 4 = 0$  en  $x = 1 + \sqrt{3}$  is 'n wortel van die vergelyking.

(a) Bepaal 'n kwadratiese faktor van hierdie vergelyking. (3)

(b) As  $x^2 - 2x - 2$  'n kwadratiese faktor is, los vervolgens op vir  $x \in \mathbb{C}$  in die vergelyking. (7)

**Vraag 3****[22 punte]**

3.1 Ontbind  $\frac{4x^2 - x + 6}{x^3 + 2x}$  in partiële breuke. (9)

3.2 Gebruik Wiskundige Induksie en bewys dat die volgende bewering geld vir alle  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1} \quad (13)$$

**Vraag 4****[14 punte]**

4.1 (a) Bepaal die koëffisiënt van  $x^3$  en  $x$  in die uitbreiding van  $\left(2x - \frac{3}{x}\right)^5$ . (6)

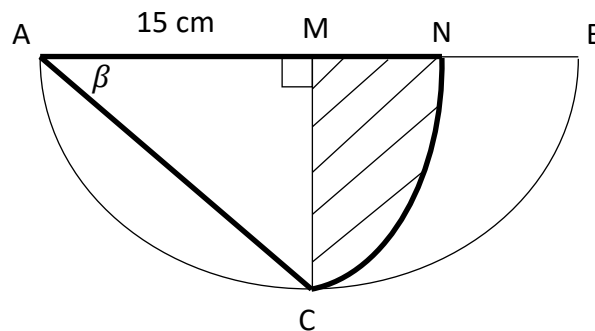
(b) Bepaal **vervolgens** die koëffisiënt van  $x$  in  $\left(1 + \frac{2}{x^2}\right)\left(2x - \frac{3}{x}\right)^5$ . (3)

4.2 Bepaal en vereenvoudig slegs die **derde** en **vierde** term in die uitbreiding

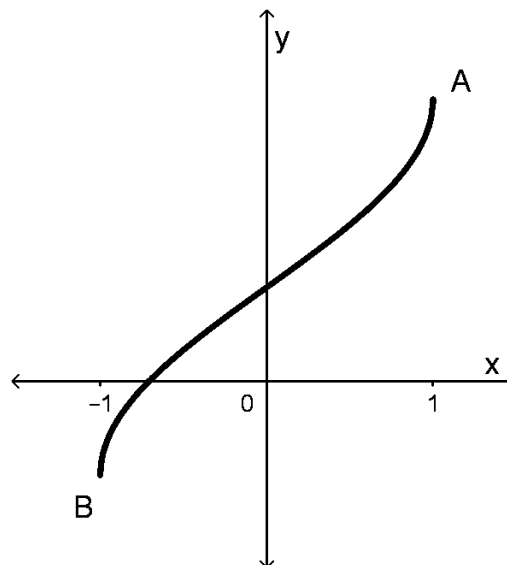
van  $\frac{1}{1-5x}$ . (5)

**Vraag 5****[19 punte]**

- 5.1 ABC is 'n halwe sirkel met middelpunt M. ACN is 'n sektor met middelpunt A en ooreenstemmende boog NC.  $AM = 15$  cm,  $\widehat{AMC} = \frac{\pi}{2}$  radiale en  $\widehat{MAC} = \beta$ .



- (a) Gee 'n rede hoekom  $\beta = \frac{\pi}{4}$  radiale is. (2)
- (b) Bepaal die oppervlakte van die gearseerde deel MNC (7)
- 5.2 Gegee die funksie  $f(x) = b\cos(-x) + p$ . Die funksie het eindpunte by  $A\left(1; \frac{3\pi}{4}\right)$  en B. Die funksie het 'n  $y$ -afsnit by  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ .



- (a) Bepaal die waarde van  $p$ . (2)
- (b) Bepaal die inverse funksie van  $f$  en skryf dit in die vorm  $f^{-1}(x) = \dots$  (4)
- (c) Gee die waardeversameling van die inverse funksie van  $f$ . (2)
- (d) Gee die transformasie vanaf  $f(x)$  na die funksie  $y = b\sin x$ . (2)

**Vraag 6****[19 punte]**6.1 Die volgende inligting word gegee in verband met 'n funksie  $f(x)$ :

$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 10$	$f(4) = 0$	$f(-2) = 5$
------------------------------------	------------	-------------

Is die volgende bewering/aannames hieronder **WAAR** of **VALS**:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 10$  (2)

(b)  $f$  is kontinu by  $x = 4$ . (2)

(c)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2)$  (2)

6.2 Gegee die volgende funksie:

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 3 & \text{as } x < 3 \\ a - 5 + b & \text{as } x = 3 \\ x + b & \text{as } x > 3 \end{cases}$$

Bepaal die waardes van  $a$  en  $b$  indien die funksie  $h(x)$  kontinu is by  $x = 3$ . (8)6.3 Gebruik Newton se metode en bereken die waarde van  $a$  in  $a^5 - 9a - 2 = 0$  korrek tot 3 desimale plekke. Wys alle berekeninge.Gebruik  $a_0 = 1.8$  as aanvangswaarde. (5)**Vraag 7****[20 punte]**7.1 Differensieer  $f(x) = \sqrt{x+5}$  deur van grondbeginsels gebruik te maak. (6)

7.2 Bepaal die volgende. Dit is nie nodig om te vereenvoudig nie.

(a)  $f'(x)$  as  $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$  (5)

(b)  $\frac{dy}{dx}$  as  $y = \frac{\cos x}{x^2}$  (4)

(c)  $\frac{d}{dx} [\tan^3(\sin 2x)]$  (5)

**Vraag 8****[25 punte]**

8.1 Bepaal die volgende integrale:

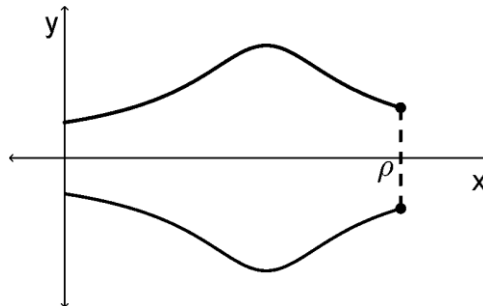
(a)  $\int 5 \operatorname{cosec} 2x \cot 2x + 10 \sec^2(5x+1) dx$  (4)

(b)  $\int \frac{2}{\sqrt{16-9x}} dx$  (4)

(c)  $\int \frac{2}{\sqrt{16-9x^2}} dx$  (5)

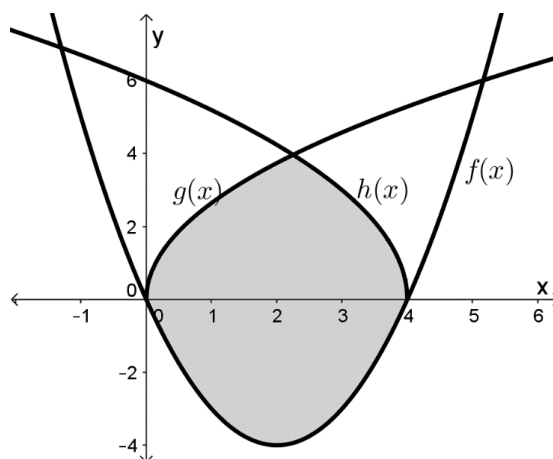
8.2 Gegee:  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2 - 6x + 10}}$

Bepaal die volume van die omwentelingsliggaam wat ontstaan as  $f$  om die  $x$ -as roteer (soos geteken hieronder) tussen  $x = 0$  en  $x = \rho$ . Laat jou antwoord in terme van  $\rho$  en 'n **inverse trigonometriese funksie**.



(7)

8.3 Die grafieke van  $f(x) = x^2 - 4x$ ,  $g(x) = \sqrt{7x}$  en  $h(x) = \sqrt{36 - 9x}$  is geskets. Die area tussen hierdie drie grafieke is gearseer, soos op die skets.



Bepaal **eers** die  $x$ -snypunt van  $g$  en  $h$ , en **skryf** dan 'n vergelyking neer waarmee die oppervlakte van die geskakeerde gebied bereken kan word.

**(Moenie die oppervlakte probeer bepaal nie!)** (5)

**- EINDE VAN DIE VRAESTEL -**

# Alpha Wiskunde Formuleblad

## ALGEBRA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad |x| = \begin{cases} x & \text{as } x \geq 0 \\ -x & \text{as } x < 0 \end{cases}$$

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r \quad (1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots ; \text{mits } |x| < 1$$

## CALCULUS:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \int_a^b x^n dx = \left[ \frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_a^b$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)} \quad V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

## TRIGONOMETRIE:

**In 'n sektor:**  $s = r\theta$  en  $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

**Identiteite:**  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$      $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$      $\cot^2 x + 1 = \text{cosec}^2 x$

$$\text{cosec } x = \frac{1}{\sin x} \quad \sec x = \frac{1}{\cos x} \quad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$y = mx + c \quad y - y_1 = m(x - x_1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \tan \theta$$

In  $\Delta ABC$ :  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$      $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$      $\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$

## TABEL MET AFGELEIDES:

$F(x)$	$F'(x)$
$ax^n$	$nax^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\text{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\text{cosec } x$	$-\text{cosec } x \cdot \cot x$

$F(x)$	$F'(x)$
$\text{bgsin } x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{arcsin } x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{bgcos } x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{arccos } x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{bgtan } x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$\text{arctan } x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)] \cdot g'(x)$

## Alpha Wiskunde Graad 11 - Finale Eksamen 2017

### ANTWOORDBLAD

Naam en Van: \_\_\_\_\_

Vraag Totaal	1 [20]	2 [26]	3 [22]	4 [14]	5 [19]	6 [19]	7 [20]	8 [25]	TOTAAL 165
Leerder punt									

#### Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

**DIAGRAMBLAD 1**