Alpha Wiskunde Leerplan

1.1 Inleiding

Alpha Wiskunde is ʼn uitbreiding van gewone wiskunde en ʼn voortsetting van Addisionele Wiskunde wat onder die vorige kurrikulum ʼn erkende eindeksamen vak was. Addisionele Wiskunde is die laaste keer in 2007 geëksamineer.
Alpha Wiskunde staan los van die IEB se APM (*Advance Programme Mathematics*) wat om soortgelyke redes ontwikkel is en deur die IEB geëksamineer word. Weens kurrikulum en finansiële redes sal Alpha Wiskunde sy regmatige plek in die gevorderde wiskunde terrein inneem.

1.2 Doelstellings.

Alpha Wiskunde dien as aanvulling vir die normale wiskundekurrikulum. Die doel is om leerders meer in te lig, voor te berei en gereed te maak vir verdere studies. Ons poog om die oorgang tussen skool en universiteit te vergemaklik. Die doel van Alpha Wiskunde is om die gaping wat met die wegval van Wiskunde Hoër Graad, asook Addisionele Wiskunde ontstaan het, te oorbrug. Die vak is gemik op leerders wat goed presteer in wiskunde en poog om hulle die geleentheid te gee om hulle kennis en vaardighede te verbeter om hul derhalwe in staat te stel om later ʼn groter bydrae op wiskundige en akademiese gebied te maak.

Alpha Wiskunde stimuleer kreatiwiteit en logiese denke binne ʼn wiskunde konteks met vele raakvlakke en toepassings in die gewone lewe. Probleemoplossing staan sentraal in die kurrikulum en bemagtig leerders om die wêreld om hulle beter te verstaan. Leerders wat onder andere die volgende tersiêre studierigtings oorweeg, sal baie baat vind by die vak: Aktuariële studies, wiskundige modulering, Ingenieurswese, Teoretiese en Toegepaste Fisika, Statistiek en enige wiskundige akademiese veld wat kan wissel van navorsing tot klasgee aan ʼn universiteit.

1.3 Riglyne

Die minimum aanbevole klastyd vir graad 10 is een 1 uur per week. Die aanbevole klastyd vir grade 11 en 12 is 1½ uur per week. Leerlinge behoort minstens dieselfde aantal ure addisioneel aan die vak te spandeer. Die vak word meestal na-ure gedoseer, hetsy 2 klasse per week voor skool of een klas laatmiddag of vroegaand.

Alpha Wiskunde word reeds sedert 2008 eksterne geëksamineer, kandidate skryf almal dieselfde nasionale vraestel en antwoordstelle word by in nasiensentrum in Pretoria nagesien. Die enigste voorvereiste vir die neem van Alpha Wiskunde, is die neem van Wiskunde as ʼn skoolvak.

1.4 Assessering

Assessering vir graad 10 en 11 geskied in die vorm van toetse in die eerste en derde kwartaal en eksamens in die tweede en vierde kwartaal. Graad 12 sal ʼn toets in die eerste kwartaal skryf. Verder eksamen in die tweede kwartaal en ʼn rekord eksamen in die derde kwartaal. Aan die einde van graad 12 skryf almal ʼn gemeenskaplike eksamen op dieselfde tyd. Hierdie eksamen word deur ʼn sentrale span nasieners nagesien en leerlinge ontvang sertifikate daarvoor. Ongeveer 15% van die vrae mag onbekende moeilike vrae wees. 30% Moet maklik wees.

Eindeksamens	Aanbevole tye	
Graad	**Tydsduur**	**Punte**
10	2	130
11	2½	165
12	3	200

Blaai om asseblief
Please turn over

Alpha Wiskunde Formuleblad
Alpha Mathematics Formula Sheet

ALGEBRA

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\lvert x\rvert = \begin{cases} x & \text{as / } \textit{if} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{as / } \textit{if} \quad x < 0 \end{cases}$	Cramer se reël / *Cramer's rule* $x_i = \dfrac{\lvert A_i\rvert}{\lvert A\rvert}$
$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$	$\sum_{i=1}^{n} i = \dfrac{n^2}{2} + \dfrac{n}{2}$	$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \dfrac{n^3}{3} + \dfrac{n^2}{2} + \dfrac{n}{6}$

$z = x + yi$	$z^* = x - yi$	$z = r \operatorname{cis} \theta$	$z = re^{i\theta}$
$x = r\cos\theta$ en / *and* $y = r\sin\theta$		$[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n[\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)]$	
$r^2 = x^2 + y^2$ en / *and* $\tan\theta = \frac{y}{x}$			

$\log A + \log B = \log(AB)$	$\log A - \log B = \log\left(\dfrac{A}{B}\right)$	$\log A^n = n \log A$
$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$	$(1+x)^n = 1 + \dfrac{nx}{1!} + \dfrac{n(n-1)x^2}{2!} + \cdots$; mits / *if* $\lvert x\rvert < 1$	

VEKTORE

$\lvert\boldsymbol{AB}\rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$	$\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$		
$\lvert\boldsymbol{OP}\rvert = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	$\boldsymbol{u} \bullet \boldsymbol{v} = \lvert\boldsymbol{u}\rvert\lvert\boldsymbol{v}\rvert\cos\theta$ $\boldsymbol{u} \bullet \boldsymbol{v} = x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2$	$\lvert\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}\rvert = \lvert\boldsymbol{u}\rvert\lvert\boldsymbol{v}\rvert\sin\theta$	$\alpha = \begin{matrix}\text{bgcos} \\ \textit{arccos}\end{matrix}\left(\dfrac{u_n}{\lvert\boldsymbol{u}\rvert}\right)$

CALCULUS

$a_{n+1} = a_n - \dfrac{f(a_n)}{f'(a_n)}$	$\int f'(g(x)).g'(x)\,dx = f(g(x)) + k$
$V = \pi\int_a^b [f(x)]^2\,dx$	$\int f(x).g'(x)\,dx = f(x).g(x) - \int f'(x).g(x)\,dx + k$
Riemannsom / *Riemann sum* $= \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i).\Delta x_i$	

TRIGONOMETRIE / *TRIGONOMETRY*

In 'n sektor / *In a sector:* $s = r\theta$ en / *and* $A = \frac{1}{2}r^2\theta$		
Identiteite / *Identities*:		
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$	$\cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$
$\operatorname{cosec} x = \dfrac{1}{\sin x}$	$\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$	$\cot x = \dfrac{1}{\tan x}$
$\cos^2 x = \dfrac{1}{2}[\,1 + \cos\,(2x)]$	$\sin^2 x = \dfrac{1}{2}[1 - \cos(2x)]$	
$\sin A.\sin B = \dfrac{1}{2}[\cos(A - B) - \cos\,(A + B)]$ $\sin A.\cos B = \dfrac{1}{2}[\sin(A + B) + \sin(A - B)]$ $\cos A.\cos B = \dfrac{1}{2}[\cos(A - B) + \cos\,(A + B)]$		

TABEL MET AFGELEIDES / *TABLE WITH DERIVATIVES*

$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$	$\boldsymbol{F}'(\boldsymbol{x})$
ax^n	nax^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x\,.\tan x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x\,.\cot x$
$\operatorname{bgsin} x$ $\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{bgcos} x$ $\arccos x$	$\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{bgtan} x$ $\arctan x$	$\dfrac{1}{x^2+1}$
a^x	$a^x.\ln a$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x.\ln a}$

Reëls van differensiasie/ *Rules for differentiation*

$f(x).g(x)$	$f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$
$\dfrac{f(x)}{g(x)}$	$\dfrac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)].g'(x)$

SKOOL FORMULES / *SCHOOL FORMULAE*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$ **;** $r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ **;** $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \mathrm{A}$

Area ΔABC $= \frac{1}{2} ab \sin \mathrm{C}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ $P(A \; of \; B) = P(A) + P(B) - P(A \; en \; B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$

Punteverdeling vir Eindeksamen

Graad 12

LET WEL: Vraag 1 bestaan uit 10 multikeuse vrae en dit tel 20 punte. Dit sal logies nie vrae wees wat meer as 'n minuut of twee nodig het nie. Die ander 180 punte sal ongeveer as volg verdeel wees:

Algebra: ±55

- Absolute Waarde
- Parsiële Breuke
- Oplos van Polinoom Vergelykings
- Die Binomiaalstelling
- Magreekse
- Wiskundige Induksie
- Die natuurlike logaritme en eksponent
- Cramer se reël
- Komplekse getalle, bewerkings in verskillende vorme saam met de Moivre se stelling

Trigonometrie: ±15

- Inverse trigonometriese funksies, met grafieke en transformasies
- Toepassing van radiaalmaat in sektore

Vektore: ±15

Calculus: ±95

Differensiasie:

- Limiete, kontinuïteit en differensieerbaarheid
- Gebruik differensiasie reëls
- Differensieer eksponente en logaritmes. Ook e^x en natuurlike logaritmes.
- Implisiete differensiasie
- Hoër orde afgeleides en die betekenis daarvan.
- Newton se metode
- Optimering
- Vergelyking van raaklyn aan 'n funksie
- Skets van rasionale funksies

Integrasie:

- Gebruik tabel, ook vir lineêre funksies
- Trigonometriese integrasie m.b.v. identiteite
- Faktor (stuksgewyse) integrasie
- Integrasie m.b.v. parsiële breuke
- Integrasie waar substitusie gebruik kan word
- Oppervlakte onder en tussen grafieke
- Volume van omwentelingsliggame
- Die Riemannsom

LET WEL: Die logaritme wette word op die antwoordblad gegee. Dit kan van die leerlinge verwag word om dit te gebruik.

Punteverdeling vir Eindeksamen

Graad 11

LET WEL: Vraag 1 bestaan uit 10 multikeuse vrae en dit tel 20 punte. Dit sal logies nie vrae wees wat meer as 'n minuut of twee nodig het nie. Die ander 145 punte sal ongeveer as volg verdeel wees:

Algebra: ±60

- Absolute Waarde
- Parsiële Breuke
- Oplos van Polinoom Vergelykings
- Die Binomiaalstelling
- Magreekse
- Wiskundige Induksie

Trigonometrie: ±15

- Inverse trigonometriese funksies, met grafieke en transformasies
- Toepassing van radiaalmaat in sektore

Vektore: ±15

Calculus: ±55

Differensiasie:

- Limiete, kontinuïteit en differensieerbaarheid
- Differensieer trigonometriese funksies, ook die drie inverse funksies
- Gebruik differensiasie reëls, die produk-, kwosiënt- en kettingreëls
- Newton se metode

Integrasie:

- Integreer trigonometriese funksies m.b.v. die tabel
- Gebruik tabel, ook vir lineêre funksies
- Oppervlakte onder en tussen grafieke
- Volume van omwentelingsliggame

Punteverdeling vir Eindeksamen

Graad 10

LET WEL: Vraag 1 bestaan uit 10 multikeuse vrae en dit tel 20 punte. Dit sal logies nie vrae wees wat meer as 'n minuut of twee nodig het nie. Die ander 110 punte sal ongeveer as volg verdeel wees:

Algebra: ±25

- Komplekse Getalle
- Parsiële Breuke

Trigonometrie en Funksies: ±15

- Die begrip van Radiaal maat.
- Inverse trigonometriese funksies.
- Toepassing van radiaalmaat in sektore

Vektore en Matrikse: ±25

- Oplos van 'n stelsel vergelykings met Cramer se metode
- Bewerkings met Vektore

Calculus: ±45

Differensiasie:

- Differensiasie met die eksponent wet
- Differensiasie waar die kettingreël gebruik kan word.

Integrasie:

- Integrasie met die eksponent wet, ook met lineêre funksies
- Bepaalde integrale
- Oppervlakte onder en tussen grafieke
- Volume van omwentelingsliggame

Basiese Kurrikulum

Graad 10	Graad 11	Graad 12
Algebra		
• Verstaan die idee van komplekse getalle. • Ken die terme reële en imaginêre deel. • Doen die bewerkings optel, aftrek, vermenigvuldiging en deling met twee komplekse getalle in die vorm $a + bi$. • Grafiese interpretasie van komplekse getalle. • Parsiële breuke, waar die graad van die noemer nie groter as dié van die teller is nie, en waar die noemer een van die volgende kan wees: ✓ lineêr wat nie herhaal nie ✓ lineêr wat herhaal	• Die definisie van absolute waarde: $\|\boldsymbol{x}\|$. • Vergelykings waar 'n absolute waarde gelyk gestel word aan 'n konstante of 'n funksie. • Ongelykhede met slegs konstantes. • Die skets van die absolute waarde funksie. • Parsiële breuke, waar die graad van die noemer nie groter as dié van die teller is nie, en waar die noemer een van die volgende kan wees: ✓ lineêr wat nie herhaal nie ✓ lineêr wat herhaal ✓ kwadraties wat nie reël lineêr kan faktoriseer nie • Oplos van polinoomvergelykings, tot mag van 4. • Gebruik die faktorstelling, rasionale, irrasionale en komplekse wortelstellings. • Die binomiaalstelling. Moet uitbreiding kan neerskryf of enige term bepaal. • Magreeks uitbreidings. • Waardes van $\boldsymbol{x}$ waarvoor die magreeks geldig is. • Benaderings m.b.v. die magreeks. • Wiskundige induksie. Slegs identiteite. • Die gebruik van sigma notasie.	• Die natuurlike eksponent en logaritme $\ln x$ en e^x. • Verstaan dat $\ln x$ en e^x inverse funksies is. • Los vergelykings waarin $\ln x$ en e^x voorkom, op. • Differensiasie en integrasie van eksponente en logaritmes, $y = a^x$ en $y = \log_a x$. • Lei hieruit af dat $\boldsymbol{\frac{d}{dx}(e^x) = e^x}$ en dat $\boldsymbol{\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}}$. • Komplekse getalle se poolvorm $(z = r(cos\theta + isin\theta))$ en eksponensiële vorm $(z = re^{-i\theta})$. • Skakel om tussen al drie vorme. • Vermenigvuldig en deel van komplekse getalle in hierdie vorme. • Gebruik de Moivre se stelling om komplekse getalle tot die mag n te verhef met $n \in \mathbb{Q}$.

<table>
<tr><th colspan="3">Trigonometrie en Funksies</th></tr>
<tr>
<td>• Bepaal die samestelling van twee funksies: $(f\circ g)$
• Interpretering en skets van stuksgewyse funksies.
• Die definisie van 'n radiaal en die verband tussen radiale en grade.
• Gebruik die formules $\boldsymbol{s = r\theta}$ en $\boldsymbol{A =}$ ½$\boldsymbol{r^2\theta}$ om eenvoudige probleme rakende booglengte en oppervlakte van sirkels te op te los.
• Skets die grafieke van die sin-, cos- en tan funksies vir enige waardes van die hoeke. Gebruik radiale.
• Gebruik die notasie $bgsinx$, $bgcosx$ en $bgtanx$ om die inverse relasies te definieer en te bepaal.
• Bepaal oplossings van eenvoudige trigonometriese vergelykings en gee antwoorde in radiale.</td>
<td>• Omgekeerde identiteite se definisies, $\boldsymbol{cosecx}$, $\boldsymbol{secx}$ en $\boldsymbol{cotx}$.
• Eenvoudige bewerkings met hierdie funksies in radiale.
• Leer ook hoe om dit op die sakrekenaar te bereken.
• Inverse funksies. Verstaan wat ’n funksie is en hoe die inverse bepaal kan word.
• Die notasie $\boldsymbol{f^{-1}(x)}$. Die grafiese bepaling van ’n inverse funksie, ook met die lyn $\boldsymbol{y = x}$.
• Die inverse funksies van $\boldsymbol{sinx}$, $\boldsymbol{cosx}$ en t$\boldsymbol{anx}$. Die skets daarvan met al die transformasies wat in wiskunde gedoen word.
• Gebruik die formules $\boldsymbol{s = r\theta}$ en $\boldsymbol{A =}$ ½$\boldsymbol{r^2\theta}$ saam met die sinus-, cosinus- en oppervlaktereëls.</td>
<td></td>
</tr>
<tr><th colspan="3">Matrikse en Vektore</th></tr>
<tr>
<td>• Die matriks begrip.
• Bewerkings met matrikse: optel, aftrek en vermenigvuldig.
• Determinant van 2- en 3-dimensionele matrikse.
• Oplos van stelsels vergelykings met behulp van Cramer se reël. Dit kan 2 of 3 veranderlike stelsels wees.
• Twee-dimensionele vektore. Verstaan wat ’n vektor is.
• Bewerkings met vektore: optel, aftrek en puntproduk.
• Die hoek tussen twee vektore.</td>
<td>• Drie-dimensionele vektore.
• Bewerkings sluit in optel en aftrek, vermenigvuldig met ’n skalaar, die punt produk en die kruisproduk.
• Die grootte en rigtings van so ’n vektor.
• Die hoek tussen twee vektore.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	Calculus	
• Die idee van die gradiënt van 'n kurwe en gebruik die notasies $\boldsymbol{f'(x)}$. • Terminologie en skryfwyses rondom differensiasie.0, • Differensiasie reëls vir die eksponensiële funksie $\boldsymbol{f(x) = x^n}$**.** Brei dit uit na $\boldsymbol{kx^n}$ en ook na eenvoudige uitdrukkings met meer as een term. • Die kettingreël van differensiasie. • Die begrip van en notasie by integrasie • Onbepaalde integrale. $\boldsymbol{(ax+b)^n, n} \in \mathbb{Q}$ ook ingesluit. • Bepaalde integrale. • Die oppervlakte onder en tussen grafieke. • Die volume van 'n omwentelingsliggaam wat om die x-as roteer.	• Limiete van stuksgewyse funksies. • Kontinuïteit en differensieerbaarheid. • Die verskillende notasies wat in differensiasie gebruik word. • Differensieer die trigonometriese funksies, die omgekeerde funksies asook die inverse funksies. • Gebruik die produk-, kwosiënt- en kettingreëls by al hierdie funksies asook die wat in graad 10 gedoen is. • Integrasie van al hierdie funksies. • Integreer ook waar die onbekende met 'n lineêre funksie vervang is. • Vierkantsvoltooiïng kan gebruik word by die inverse trigonometriese funksies. • Die oppervlaktes onder en tussen grafieke. • Die volume van 'n omwentelingsliggaam wat om die x-as roteer. • Die Newton-Raphson metode om die nulpunt van 'n funksie te bepaal. • Verstaan grafies waar dit vandaan kom. • Gebruik dit ook om die stasionêre punt van 'n funksie te bepaal.	• Implisiete differensiasie waar y nie die onderwerp van die formule gemaak kan word nie. • Gebruik implisiete differensiasie om die vergelyking van 'n raaklyn aan 'n funksie by 'n punt te bepaal. • Hoër orde afgeleides. Verstaan die skryfwyse en betekenis van die tweede afgeleide. • Interpreteer sketse hiervolgens. • Rasionale funksies. Skets van hierdie funksies deur die bepaling van asimptote (horisontaal of skuins en vertikaal), draaipunte en afsnitte met die asse. • Optimering. Bepaal maksimum of minimum van funksies. • Integrasie: ✓ Met trigonometriese identiteite ✓ Faktor- of stuksgewyse integrasie ✓ Met parsiële breuke ✓ Die fundamentele stelling van Calculus. Substitusie kan hier gebruik word. • Die Riemannsom.

Graad 10 – Enkele voorbeelde, asook periode-indeling, om die kurrikulum verder te omskryf.

Inhoud	Voorbeelde	Aantal Lesse
Algebra		
Verstaan die idee van komplekse getalle. Ken die terme reële en imaginêre deel. Grafiese interpretasie van komplekse getalle. Doen die bewerkings optel, aftrek, vermenigvuldiging en deling met twee komplekse getalle in die vorm $a+bi$. Grafiese optel van twee komplekse getalle.	Leerlinge moet baie goed verstaan dat die som, verskil, produk en kwosiënt van twee komplekse getalle weer 'n komplekse getal oplewer; Bepaal a en 13 se waarde as: $$(4-2i)(-3+5i)=a+bi$$.	3
Parsiële breuke, waar die graad van die noemer nie groter is as dié van die teller nie, en waar die noemer een van die volgende kan wees: ○ lineêr wat nie herhaal nie ○ lineêr wat herhaal	Dit is belangrik dat die noemer eers gefaktoriseer moet wees; Ontbind in parsiële breuke: $\frac{11x-4}{x^3-3x^2-4x}$	2
Trigonometrie en Funksies		
Bepaal die samestelling van twee funksies. Skets stuksgewyse funksies; $f(x)=\begin{cases} 2 \text{ as } x<0 \\ 2x \text{ as } x\geq 0 \end{cases}$	Die verstaan van stuksgewyse funksies is belangrik vir kontinuïteit wat in graad 11 gedoen word. Maak seker dat leerlinge verstaan wanneer punte ingesluit is en wanneer nie.	2
Die definisie van 'n radiaal en die verband tussen radiale en grade. Die formules vir booglengte en oppervlakte van sektore met eenvoudige toepassings. Skets en gebruik die grafieke van die sin-, cos- en tanfunksies vir enige waardes van die hoeke. Gebruik grade of radiale. (*Doen nadat dit in skool gedoen is)* Gebruik die notasie $bgsinx$, $bgcosx$ en $bgtanx$ om die inverse funksies ~~relasies~~ te definieer en te bepaal. Bepaal oplossings van eenvoudige trigonometriese vergelykings en gee antwoorde in radiale.	Leerlinge moet verstaan dat radiale te doen het met die afstand wat op die omtrek van die sirkel beweeg is (booglengte) ÷ radius van sirkel. Skakel $60°$ om na radiale en toon aan watter bewerkings jy doen.	3

Matrikse en Vektore		
Matrikse. Verstaan wat dit is. Die dimensie van matrikse. Bewerkings met matrikse: optel, aftrek en vermenigvuldig. Die determinant van 2x2 en 3x3 matrikse. Los ’n stelsel vergelykings op m.b.v. Cramer se reël.	Alhoewel die determinant van ’n matriks m.b.v. ’n sakrekenaar bepaal kan word, moet leerlinge die prosedure verstaan en toepas; Bepaal die determinant van die volgende matriks: $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3a & b \end{bmatrix}$	3
Twee-dimensionele vektore. Verstaan wat ’n vektor is. Bewerkings met vektore: optel, aftrek en puntproduk. Die hoek tussen twee vektore. *Hierdie kan eers gedoen word nadat leerling trigonometrie in skool wiskunde gedoen het.* *Word in 2017 vir die eerste keer geïmplementeer.*	Dit is belangrik dat leerlinge in staat is om die puntproduk op twee maniere te bepaal. Dit help hulle om die hoek tussen die vektore te bepaal; Bepaal die hoek tussen die vektore: (2; 5) en (4; 3) *Word in 2018 geïmplementeer.*	3
Calculus		
Die idee van die gradiënt van 'n kurwe en gebruik die notasies $f'(x)$. (*Baie eenvoudige voorbeelde*). Terminologie en verskillende skryfwyses. Woorde soos differensieer, bepaal die afgeleide. Differensiasie reël vir eksponente, soos x^{n}. Brei dit uit na $\boldsymbol{kx^n}$ en ook vir meer terme. Doen dit met $n \in Q$ en saam met veelvoude, som en verskil van funksies. Die kettingreël.	Leerlinge moet baie goed besef dat hierdie formule slegs werk vir eksponente. Wanneer die x vevang word met ’n ander funksie, moet die kettingreël gebruik word; Bepaal $f'(x)$ as $f(x) = (x^{10} - 7x)^9$	4
Verstaan dat integrasie die omgekeerde proses van differensiasie is en integreer. Gaan so ver as lineêre funksies met ’n mag soos $(ax+b)^n$ Die oppervlakte onder ’n grafiek of tussen twee grafieke. Die volume van ’n omwentelingsliggaam om die x-as.	Net soos by differensiasie, moet daar klem gelê word op die eksponent reëls: Bepaal $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$ *Dit is belangrik dat leerlinge weet dat hulle nog nie $\int \frac{1}{x} dx$ kan bepaal nie.*	6

Graad 11 – Enkele voorbeelde, asook periode-indeling, om die kurrikulum verder te omskryf.

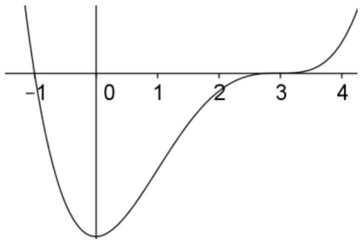
Inhoud	Voorbeelde	Aantal Lesse
Algebra		
Absolute waarde. Die betekenis daarvan. Vergelykings met slegs ’n getal buite asook ’n funksie. Ongelykhede. Grafieke. Leerlinge moet verstaan hoe om die absolute waarde van enige grafiek te skets.	Gee bv. die skets van $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ en vra $y = \|-x^2 - 4x + 5\|$	3
Parsiële breuke, waar die graad van die noemer nie groter is as dié van die teller nie, en waar die noemer een van die volgende kan wees: • lineêr wat nie herhaal nie • lineêr wat herhaal • kwadraties	Leerlinge moet weet dat hulle met ’n identiteit werk. Hulle kan dus of substitusie gebruik, of die koëffisiënte van bv. x^3 gelyk stel aan mekaar.	2
Oplos van Polinoomvergelykings: • Faktorstelling en rasionale wortelstelling. • Irrasionale wortelstelling. • Komplekse wortelstelling. *Let wel: Dit sal nie van leerlinge verwag word om die eerste wortel van derde- of vierdegraadse vergelykings te bepaal nie.* *Leerlinge moet weet wat die verskil tussen “faktoriseer” en “los die vergelyking op” weet.*	Dit is baie belangrik om daarop te let dat ’n kwadratiese faktor van ’n polinoom bepaal kan word indien ’n irrasionale of komplekse nulpunt gegee is. Verder moet leerlinge in staat wees om te faktoriseer, of met langdeling of met inspeksie; $P(x) = x^5 + 5x^4 - 2x^3 - 25x^2 - 29x - 22$ en twee van die nulpunte is $\frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2}$ en $2\sqrt{3} - 1$. Bepaal die reële nulpunt van P.	4
Die Binomiaal stelling. Die uitbreiding van $(a+b)^n$ met $n \in \mathbb{N}$. Bepaling van ’n spesifieke term in so ’n reeks. Die uitbreiding van ’n magreeks. Die waardes waarvoor dit geldig is. Gebruik dit om die benadering van ’n getal te bepaal.	By die eerste term is $r = 0$, dus by die sesde term is $r = 5$. Vir die magreeks moet daar versigtig gewerk word met die substitusie van x in die formule, want dit bevat ook ’n x; Brei uit: $\sqrt{1-2x}$	2
Wiskundige Induksie. Slegs identiteite, sigma notasie mag gebruik word.	Die logika van hierdie bewys metode is belangrik. Leerlinge moet besef dat hul **aanvaar** die bewerking is waar vir $n = k$, en **bewys** dit met hierdie voorwaarde waar $n = k + 1$.	2

Trigonometrie en Funksies		
Omgekeerde identiteite. Geen identiteite se bewyse sal gevra word nie. Inverse Funksies se definisie. Die inverse funksies van die drie trigonometriese funksies asook hul grafieke. Leerlinge moet in staat wees om al die transformasies van grafieke op hierdie grafieke toe te pas.	Dit is belangrik dat leerlinge weet hoe om die omgekeerde funksies, soos $\cot\frac{\pi}{3}$ te bereken, dit gaan benodig word in Newton se metode. By die transformasies van die inverse funksies, moet hulle die afsnitte en die eindpunte kan bepaal: Skets $y = bgsin(x + \frac{1}{2})$ en toon die koördinate van die afsnitte met die asse en die eindpunte aan.	2
Toepassing van radiaalmaat, insluitend die formules vir 'n booglengte en die oppervlakte van 'n sektor. Dit kan gekombineer word met trigonometrie.	Leerlinge moet in staat wees om 'n hoek m.b.v. trigonometrie of sektore te bepaal. Hulle moet ook lengtes van lyne en oppervlaktes met beide kan bepaal'	1
Vektore (*Let Wel – dit sal in 2018 in werking kom*)		
Drie-dimensionele vektore. Verstaan hoe 'n drie-dimensionele vlak lyk. Die grootte en rigtingvektore van so 'n vektor. Die puntproduk en die hoek tussen twee vektore. Die kruisproduk.	Daar kan bepaal word of vektore ewewydig aan mekaar is m.b.v. die kruisproduk Gegee $a = (-3;\ 1;\ -7)$ en $b = (0; -5; -5)$. Bepaal eers of die vektore ewewydig is en indien nie, bepaal die oppervlakte van die parallelogram wat deur hulle gevorm word.	2
Calculus		
Kontinuïteit en differensieerbaarheid. Dit moet algebraïes en grafies gedoen word. Kontinuïteit moet met behulp van die definisie ondersoek word. Notasie is baie belangrik. Die verskillende notasies wat by differensiasie gebruik kan word. Differensiasie van trigonometriese funksies en ook die inverse funksies. Die produk-, kwosiënt- en kettingreëls.	Notasie is baie belangrik. Leerlinge moet besef dat as daar vir differensieerbaarheid getoets word, moet hulle kyk of $\lim_{x\to a^-} \boldsymbol{f'(x)} = \lim_{x\to a^+} \boldsymbol{f'(x)}$	4
Integrasie met behulp van die tabel, ook as x met 'n lineêre funksie vervang word. Oppervlaktes en volume van omwentelingsliggame.	By die integrale van die inverse trigonometriese funksies, kan die volgende gevra word: Bepaal $\int \frac{dx}{2+4x+4x^2}$	3
Die Newton-Raphson metode. Leerlinge moet kan aantoon dat 'n nulpunt tussen twee getalle lê. Hulle moet kan aantoon hoe hulle hierdie metode gebruik met die korrekte notasie. Die antwoord mag met sakrekenaars	Leerlinge moet in staat wees om 'n vergelyking te kan oplos: Bepaal x as $cos2x = x$	1

bereken word. Die grafiese interpretasie van die metode is ingesluit.		

Graad 12 – Enkele voorbeelde, asook periode-indeling, om die kurrikulum verder te omskryf.

Inhoud	Voorbeelde	Aantal Lesse
Algebra		
Verstaan wat die getal e is. Die funksies e^x en lnx, wat mekaar se inverses is. Skakel om. Differensiasie en integrasie met hierdie funksies. Differensiasie en integrasie van ander eksponente en logaritmes.	Leerlinge moet met gemak van e na ln kan omskakel. Hulle moet grafieke kan skets met transformasies. Die funksie f word gedefinieer deur $f(x) = 2e^{3x} - 1$ vir alle reële waardes van x a Gee die waardeversameling van f b Toon aan dat $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}\ln\left(\frac{x+1}{2}\right)$ Integreer $\frac{2}{xln5}$	3
Poolvorm en eksponensiële vorm van komplekse getalle. Bewerkings in hierdie vorm. De Moivre se stelling.	Bewys die volgende, deur in pool vorm te werk en m.b.v. de Moivre se stelling: $$\left(-\sqrt{3} + i\right)^3 = 8i$$ Ingesluit: Skryf $cos5\theta$ in terme van $\sin\theta$ en $\cos\theta$	3
Hersien Cramer se metode.	Leerlinge moet Cramer se metode kan gebruik om 'n stelsel van hoogstens 3 vergelykings met 3 onbekendes op te los. Hulle moet verstaan wanneer daar geen oplossing is nie. Die matriks gevorm deur 'n stelsel vergelykings is $M = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a} & -2 & -\boldsymbol{a} \\ 1 & a & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Bepaal die waarde(s) van $\boldsymbol{a}$ waarvoor die stelsel geen oplossing sal hê nie.	1

Calculus		
Implisiete differensiasie.	Bepaal $\frac{dy}{dx}$ as $\ln\left(\frac{1}{y^2}\right) = \frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{y}}$ en bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die kromme by (1; 1)	1
Hoër orde afgeleides. Die betekenis van die eerste en tweede afgeleide: Stasionêre- en buigpunte. Grafiese interpretasie en die skets van grafieke.	Die skets hieronder toon die grafiek van $y = f'(x)$, die afgeleide van $y = f(x)$. Dit sny die x-as by $x = -1$ en $x = 3$.  Vir watter waardes van x sal (a) $y = f(x)$ 'n maksimum draaipunt hê?3) (b) $y = f(x)$ 'n punt van infleksie hê?	3
Rasionale funksies. Asimptote, draaipunte en afsnitte met die asse. Skets. Asimptote kan insluit vertikaal en horisontaal of skuins.	Leerlinge hoef nie die definisies van die asimptote te kan neerskryf nie, maar indien dit gegee is, moet hulle dit kan interpreteer. Gegee in die grafiek van $y = f(x)$: $\lim_{x\to 2} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 4$. Skryf die vergelykings van die asimptote van $y = f(x)$ neer.	2
Optimering: Maksimum en minimum van funksies.	Vind die maksimum waarde van f indien $f(\theta) = 3\sin\theta - 4\cos\theta$	1
Integrasie: • Met trigonometriese identiteite. • Met substitusie, die hoofstelling van calculus. • Rasionale funksies waar parsiële breuke gebruik word. • Faktor- en stuksgewyse integrasie. • Die Riemann som.	• $\int (\tan\theta)^2 d\theta$ • $\int \frac{2x^2+x+1}{(x^2+1)(x-1)} dx$ • $\int [4x.\sin(2x)]dx$ • $\int lnx dx$ Oppervlakte onder kromme = $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} (f(x_i)\,\Delta x)$	5