

α -WISKUNDE

Graad 11

Tyd: $2\frac{1}{2}$ ure

Eksaminator: Pieter van Onselen

Totaal: 160 punte

Moderator: Lanice Liebenberg

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye en 'n antwoordblad van 2 bladsye.
2. Beantwoord AL 7 vrae.
3. Nommer die antwoorde net soos in die vraestel genummer.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde met hoeke moet in radiale gegee word.
10. 'n Formuleblad is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

Vraag 1**[10 punte]**

Hierdie vraag moet **op die antwoordblad** beantwoord word. Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel **TWEE** punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die antwoordblad.

1.1 Los op vir $|x + 1| = x$:

- (A) $x \in \mathbb{R}$ (B) $x = -\frac{1}{2}$ (C) Geen oplossing (D) $x = \frac{1}{2}$

1.2 Indien ons $\frac{x+1}{(x^2+x)(x-2)}$, opbreek in parsieële breuke kry ons:

- (A) $\frac{Ax+B}{(x^2+x)} + \frac{C}{(x-2)}$
 (B) $\frac{A}{x} + \frac{Bx}{x+1} + \frac{C}{x-2}$
 (C) $\frac{A}{(x^2+x)} + \frac{B}{(x-2)}$
 (D) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+1}$

1.3 Die inverse van $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 1$

- (A) $y = \frac{bg\cos(x+1)}{2}$
 (B) $f^{-1}(x) = bg\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1$
 (C) $y = 2bg\cos(x + 1)$
 (D) $f^{-1}(x) = 2bg\cos(x - 1)$

1.4 Indien $x + 1 - i$ 'n nulpunt is van $h(x)$, dan is:

- (A) $h(-1 - i) = 0$
 (B) $x - 1 + i$ is 'n faktor
 (C) $x^2 - 2x + 2$ is 'n faktor
 (D) $h(1 + i) \neq 0$

1.5 Hoeveel terme is in die uitbreiding van $(x + 1)\left(x + \frac{3}{x}\right)^6$?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

- 1.6 Volgens die beginsel van wiskundige induksie as $P(k + 1) = m^{k+1} + 5$, dan is die volgende waar:

According to principle of mathematical induction, if $P(k+1) = m^{(k+1)} + 5$ is true then _____ must be true.

- (A) $P(k) = m^k + 5$
 (B) $P(k) = 3m^k$
 (C) $P(k) = m^{(k+2)} + 5$
 (D) $P(k) = m^k$

- 1.7 Gegee dat $|x - 1| > -1$, gee die korrekte antwoord:

- (A) $x = 0$
 (B) $x \in \mathbb{R}$
 (C) $x > 0$
 (D) Geen oplossing

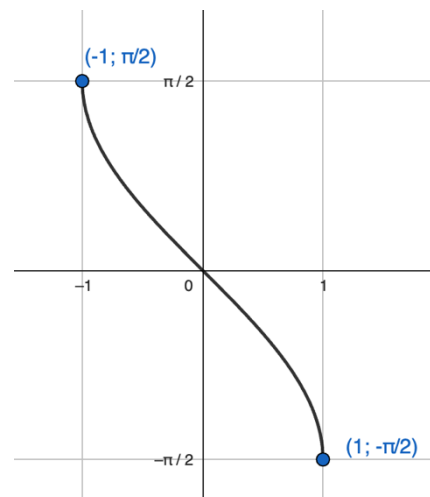
- 1.8 Gee die n^{de} term van:

$$\sum_{i=1}^n (k)^{2+i}$$

- (A) n^{2+i} (B) k^{2+k} (C) k^{2+n} (D) n^{2+n}

- 1.9 Die gegewe skets kan voorgestel word met:

- (A) $y = b \sin(x)$
 (B) $y = b \cos(x)$
 (C) $y = -b \sin(x) - \frac{\pi}{2}$
 (D) $y = b \cos(x) - \frac{\pi}{2}$



- 1.10 'n Sektor met oppervlakte A se radius word halveer en die hoek word verdubbel. Die nuwe sektor se oppervlakte is:

- (A) A (B) $\frac{A}{2}$ (C) $2A$ (D) $4A$

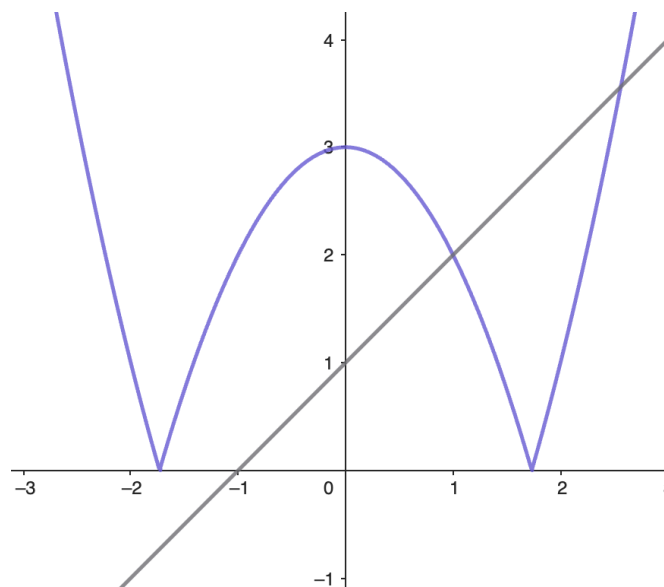
Vraag 2**[27 punte]**2.1 Los op vir x :

(a) $|x - 5| - 2 = 0$ (4)

(b) $-|x + 1| + 1 < 0$ (5)

2.2 Gegee $f(x) = |x - 2| - 3$ en $g(x) = 3x + 1$.(a) Skryf die koördinaat van die knakpunt neer $f(x)$. (2)(b) Skets die grafiek van $y = |x - 2| - 3$.

Dui **alle** afsnitte met die asse en die knakpunt, en punte van belang duidelik op die skets aan. Gebruik **DIAGRAMBLAD 1** vir die skets. (5)

(c) Bepaal die x -koördinate van die snypunt van $f(x)$ and $g(x)$. (5)2.3 Gegee $g(x) = |x^2 - 3|$ en $h(x) = x + 1$. (6)Gebruik die skets en bepaal die x -waardes waar $g(x) = f(x)$ algebraïes.

Vraag 3**[20 punte]**

3.1 Ontbind die volgende in parsieë breuke.

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 2}{(x^2 + x)(x^2 + 1)} \quad (10)$$

3.2 Gegee die algebraïese breuk:

$$\frac{2x^3 + x^2 - 5x + 10}{x^2 - 4}$$

(a) Gebruik langdeling en bepaal die a, b, c en e in die vorm: (4)

$$\frac{2x^3 + x^2 - 5x + 10}{x^2 - 4} = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 - 4}$$

(b) Gegee dat $c = 3$ en $d = 14$ ontbind die volgende in parsieë breuke: (6)

$$\frac{2x^3 + x^2 - 5x + 10}{x^2 - 4}$$

Vraag 4**[26 punte]**4.1 Los die volgende vergelykings op. Gee die antwoord in die vorm $ai + b$:

(a) $x^2 + 7 = 0$ (2)

(b) $x = \sqrt{-44}$ (1)

4.2 Gegee $f(x) = 4x^3 - 4x^2 - 13x - 5$.(a) Gebruik sintetiese deling en toon aan dat $x = -1$ 'n oplossing is van $f(x)$. (3)(b) Faktoriseer $f(x)$ volledig in $R[x]$. (4)4.3 Gegee $g(x) = 8x^4 - 82x^3 + 201x^2 - 16x - 69$.Indien $x - 5 - \sqrt{2}$ 'n nulpunt is van $f(x)$. Los op vir $g(x) = 0$ waar $x \in \mathbb{C}$. (9)4.4 Gegee $x + 2 + 2i$ 'n nulpunt is van $h(x) = 3x^3 + 17x^2 + 44x + 40$.

(a) Bepaal die ander nie-reële wortel. (1)

(b) Die faktor gevorm deur die twee nie-reële wortels is $x^2 + kx + m$.
Gegee dat $k = 4$, bepaal m . (3)

(c) Bereken nou die reële wortel. (3)

Vraag 5**[27 punte]**

5.1 Gegee:

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} (i)^2$$

(a) Gee die eerste 4 terme en die n -de term (4)(b) Bewys met wiskundige induksie dat vir enige $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} (i)^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$$

(11)

5.2 Gegee $\left(\frac{1}{3x} - 2x^3\right)^8$.(a) Bepaal die r vir die onafhanklike term, indien:

$$\left(\frac{1}{3x} - 2x^3\right)^8 = \sum_{r=0}^8 \binom{8}{r} \left(\frac{1}{3x}\right)^{8-r} (-2x^3)^r$$

(3)

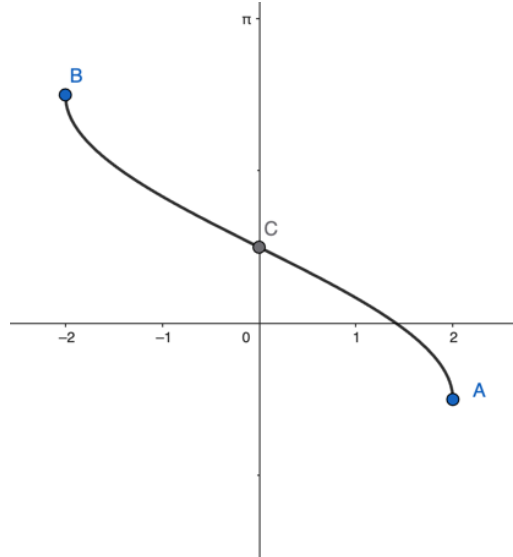
(b) Bepaal vervolgens die onafhanklike term. (2)

5.3 (a) Bepaal die eerste 3 terme van $\sqrt[3]{1 - \frac{x}{2}}$. (5)(b) Bepaal x waarvoor $\sqrt[3]{1 - \frac{x}{2}}$ se uitbreiding geldig is. (2)

Vraag 6**[22 punte]**

6.1 Die skets toon die funksie $f(x) = b\cos(ax) + b$.

Met $A = \left(2, -\frac{\pi}{4}\right)$ en $B = \left(-2, \frac{3\pi}{4}\right)$



(a) Bepaal die waardes van a en b . (2)

(b) Bepaal die koördinate van punt C, die punt waar die funksie die y -as sny. (2)

(c) Gee die funksie $g(x)$ indien die funksie $f(x)$ een-eenheid links skuif. (1)

6.2 Gegee: $f(x) = 2b\tan(x - 2) + \frac{\pi}{3}$.

(a) Gee die inverse funksie $f^{-1}(x)$ van $f(x)$. (5)

(b) Bepaal die x -afsnit. ($f(x) = 0$) (3)

(c) Bepaal die y -afsnit van $f(x)$. ($x = 0$) (2)

(d) Die asimptote van $b\tan(x - 2)$ is $y = \frac{\pi}{2}$ en $y = -\frac{\pi}{2}$.

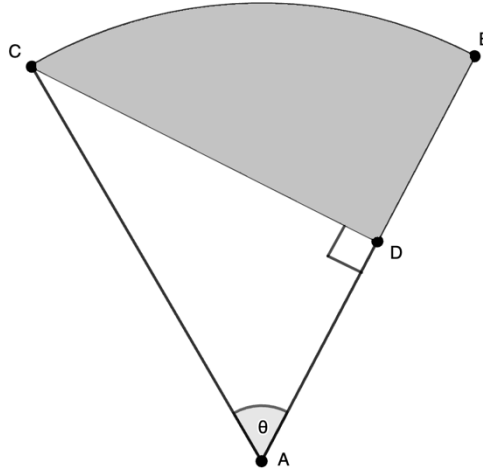
Bepaal die asimptote van $f(x)$. (2)

(d) Skets $f(x)$. (5)

Dui alle afsnitte met die asse en die asimptote duidelik op die skets aan. Gebruik **DIAGRAMBLAD 2** vir die skets.

Vraag 7**[18 punte]**

- 7.1 Die skets toon 'n sektor ACB met hoek met radius $AB = 10$ cm en 'n reghoekige driehoek ABC . Die length van sy $CD = 5\sqrt{3}$ cm.

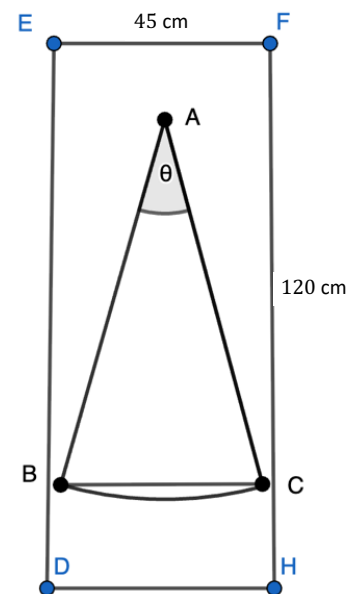


- (a) Bepaal die hoek θ . (2)
- (b) Aanvaar $\theta = \frac{\pi}{3}$. Bereken die omtrek van die gearseerde gebied BCD . (6)
- (c) Bereken die oppervlakte van gebied BCD . (6)
- 7.2 'n Horlosiemaker wil 'n staanhorlosie maak. Dit bestaan uit 'n reghoekige kas $DEFH$. (4)

Die breedte van die kas $EF = DH = 45$ cm en die hoogte van die kas is $ED = FH = 120$ cm.

Die pendulum (AB) van die horlosie swaai met 'n meganisme by punt A . Die meganisme kan swaai met 'n maksimum hoek van $\theta = \frac{\pi}{6}$ radiale van punt B na punt C .

Bereken die maksimum lengte van die pendulum AB indien die booglengte $BC < 43$ cm?



- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

ALPHA WISKUNDE FORMULEBLAD

ALGEBRA:

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots ; \text{mits / if } |x| < 1$$

MATRIKSE EN VEKTORE:

Cramer se reël: $x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y$$

CALCULUS:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$\int_a^b x^n dx = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_a^b$$

TRIGONOMETRIE:

In 'n sektor: $s = r\theta$ en $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

TABEL MET AFGELEIDES:

$F(x)$	$F'(x)$
ax^n	nax^{n-1}
$f[g(x)]$	$f'[g(x)] \cdot g'(x)$

Alpha Wiskunde Graad 11 - Junie eksamen 2025
ANTWOORDBLAD

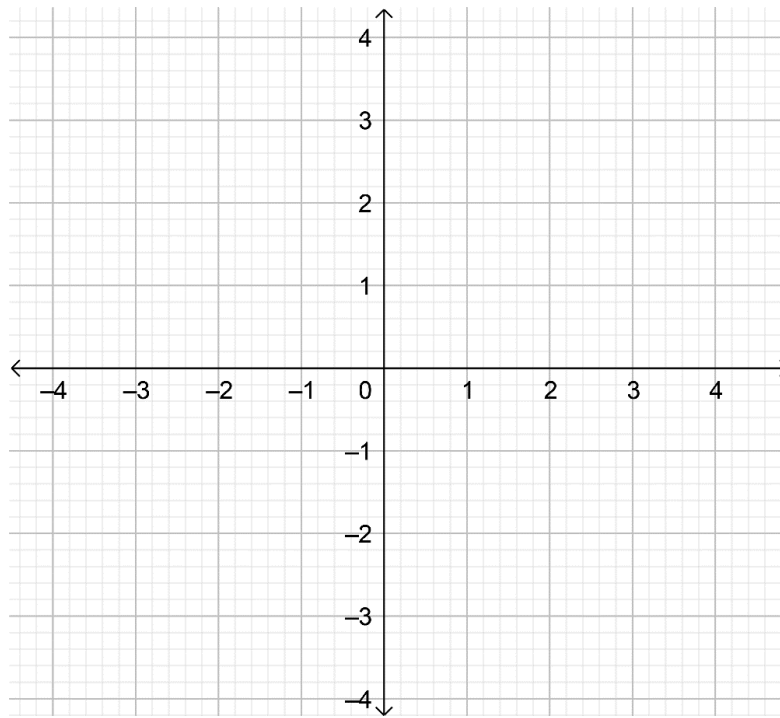
Naam en Van: _____

Vraag Totaal	1 [20]	2 [27]	3 [20]	4 [26]	5 [27]	6 [22]	7 [18]	TOTAAL 160
Leerder punt								

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

DIAGRAMBLAD 1 Vraag 2.2 (b)



DIAGRAMBLAD 2 Vraag 6.2 (2)

