

α -WISKUNDE

Maart 2023

Graad 12

Tyd: 1 uur

Totaal: 70 punte

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit twee bladsye, 'n antwoordblad van twee bladsye en 'n formuleblad van een bladsy.
2. Beantwoord AL vier vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genummer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by 'n vraag.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot **twee desimale syfers** afgerond word.
6. **Dui alle noodsaaklike berekeninge**, diagramme, grafieke, ensovoorts, wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word indien, nodig.
10. Skryf netjies en leesbaar.

Vraag 1**[14 punte]**

Hierdie vraag moet **op die antwoordblad** beantwoord word.

Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte . Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die antwoordblad.

1.1 Vereenvoudig $\frac{(2\text{cis}\frac{\pi}{4})(4\text{cis}\frac{\pi}{2})}{8\text{cis}(\frac{5\pi}{6})}$

(A) $\frac{3}{4}\text{cis}\left(\frac{19\pi}{12}\right)$

(B) $\text{cis}\left(\frac{-\pi}{12}\right)$

(C) $\text{cis}\left(\frac{3\pi}{20}\right)$

(D) $\frac{3}{4}\text{cis}\left(\frac{3\pi}{20}\right)$

1.2 Skakel $p = 2e^{\frac{\pi}{3}i}$ om na reghoekige vorm.

(A) p kan nie omgeskakel word nie

(B) 2

(C) $1 + \sqrt{3}i$

(D) $\sqrt{3} + i$

1.3 As $f(x) = \ln(\ln x)$, dan is $f'(x) =$

(A) $\frac{1}{x}$

(B) $\frac{1}{\ln x}$

(C) $\frac{\ln x}{x}$

(D) $\frac{1}{x \ln x}$

1.4 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ indien $\text{bgtany} = x$

(A) $\frac{dy}{dx} = 1$

(B) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{1+y^2}$

(C) $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{x}$

(D) $\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$

1.5 Hoeveel oplossings sal z hê as $z^4 = -1 + i$?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) Geen oplossings nie

1.6 $\int \frac{dx}{x \ln 2} =$

(A) $\log_2 x + k$

(B) $\ln 2 \cdot \ln x + k$

(C) $\log_x 2 + k$

(D) Geen oplossing nie

1.7 Indien $y = \ln \left[\frac{3x}{e^{-x}} \right]$ bepaal $\frac{dy}{dx}$:

(A) $\frac{1}{x} + 1$

(B) $\ln 3 + x \ln e^{-x}$

(C) $\frac{3e^{-x} - 3xe^{-x}}{2^{-2x}}$

(D) $\frac{e^{-x}}{3x}$

Vraag 2

[18 punte]

2.1 Die temperatuur P van 'n brood, in grade Celsius ($^{\circ}C$), t minute nadat dit uit die oond gehaal is, kan bereken word met die formule $P(t) = 25 + 230e^{-0.1t}$.

(a) Bereken die temperatuur van die brood 5min nadat dit uit die oond gehaal is. (3)

(b) Hoe lank sal dit die brood neem om af te koel tot by $80^{\circ}C$? (3)

2.2 Beskou $f(x) = y = \frac{\ln(4x-3)}{2}$

(a) Bepaal die inverse van f . Skryf jou antwoord as $f^{-1}(x) =$ (3)

(b) Toon aan dat f **slegs** 'n x -afsnit het (en nie 'n y -afsnit nie) en bereken hierdie x -afsnit. (4)

(c) Die funksie f het **een** asimptoot. Gee die vergelyking van die asimptoot en sê watter tipe asimptoot dit is. (2)

(d) Gebruik die diagramblad en teken 'n skets van f . Toon duidelik enige afsnitte en asimptote op jou skets aan. (3)

Vraag 3

[18 punte]

Bepaal die volgende:

3.1 $\frac{dy}{dx}$ as $y = 3^{\sin(e^{2x})}$ (5)

3.2 $f'(x)$ as $f(x) = [\log_4(\tan(3x))]^7$ (6)

3.3 $\int (2^{3x} + 3x^2) dx$ (4)

3.4 $\int \left[\ln 5 - \frac{1}{(-x-1)} \right] dx$ (3)

Vraag 4

[20 punte]

4.1 Gegee: $a = -1 + \sqrt{3}i$ en $b = 1 - i$

(a) Skakel a en b om in poolvorm. (4)

(b) Gebruik De Moivre se stelling en bereken b^4 . Skakel jou antwoord om in reghoekige vorm en toon aan dat b^4 'n reële getal is. (4)

(c) Bepaal $\sqrt[3]{a}$. Gee jou antwoord in poolvorm. (5)

4.2 Gebruik implisiete differensiasie en bepaal $\frac{dy}{dx}$ indien $\ln(y+1) = e^y + x$ (7)

- EINDE VAN TOETS -