

α -WISKUNDE

Graad 11 Alpha Wiskunde Finale Eksamen 2021

Eksaminator: L Liebenberg

Tyd: $2\frac{1}{2}$ uur

Moderator: A Muller

Totaal: 150

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye en 'n antwoordblad.
2. Beantwoord AL 11 vrae.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word tensy anders vermeld in die vraag.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoord te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet ook in radiale gegee word indien nodig.
10. Skryf netjies en leesbaar.

Vraag 1**[20 punte]**

Hierdie vraag moet **op die antwoordblad beantwoord word**.

Elke vraag het slegs **EEN** korrekte antwoord. Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die antwoordblad.

1.1 $x^4 - 4x^3 + 8x - 4$ het 'n nulpunt by $x = -2 + \sqrt{2}$, nog 'n nulpunt sal wees waar:

A $x = -\sqrt{2} + 2$

B $x = -2 + \sqrt{2}$

C $x = -\sqrt{2} - 2$

D Geen van die bo genoemde.

1.2 Indien $f(x) = \sin^3 3x$, dan is $f'(x) =$

A $3 \cos 3x$

B $3 \sin 3x$

C $3 \sin^2 3x \cdot \cos 3x$

D $9 \sin^2 3x \cdot \cos 3x$

1.3 Die breuk $\frac{-2x-7}{x^2-4x+4}$ moet in parsieë breuke ontbind word, die korrekte vorm is:

A $\frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2}$

B $\frac{A}{x^2-2x+4} + \frac{B}{x^2-2x+4}$

C $\frac{Ax^2+B}{x^2-2x+4}$

D $\frac{Ax+B}{x^2-2x+4}$

1.4 Die vektore $\mathbf{a} = (1; 2; 3)$ en $\mathbf{b} = (4; 5; 6)$ word gegee, bepaal die vektor \mathbf{ba} .

A $(2; 4; 8)$

B $(3; 3; 3)$

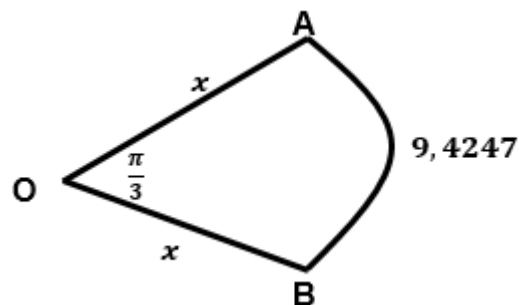
C $(-3; -3; -3)$

D $(5; 7; 9)$

1.5 Gegee dat $a \cdot b = 0$, dan is die vektore a en b

- A Gelyk
- B Loodreg
- C Parallel
- D Teenoorgestelde

1.6 In die diagram hieronder is $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{3}$ radiale en boog $AB = 9,4247$. Bereken die waarde van x .

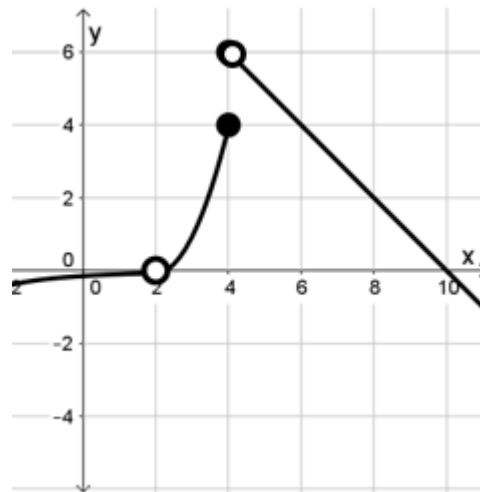


- A 9
- B 9,87
- C 8,90
- D 22,05

1.7 Indien $f(x) = b \cos x$ sal die definisie- en waardeversameling as volg wees:

- A $x \in (-\infty; \infty)$ & $y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$
- B $x \in [-1; 1]$ & $y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
- C $x \in [-1; 1]$ & $y \in [0; \pi]$
- D $x \in (-\infty; \infty)$ & $y \in (0; \pi)$

Gebruik die volgende diagram om vrae 1.8 – 1.10 te beantwoord.



1.8 $f'(6) =$

- A 2
- B 4
- C -1
- D 1

1.9 $f(2) =$

- A 0
- B 7
- C 2
- D Bestaan nie

1.10 Watter een van die volgende stellings is waar?

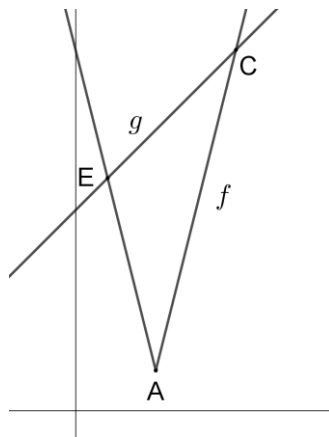
- A Daar is 'n sprongdiskontiniteit by $x = 2$.
- B Die limiet bestaan nie by $x = 4$ nie.
- C Die funksie is differensieerbaar by $x = 4$.
- D Daar is verwyderbare diskontinuiteit by $x = 4$.

Vraag 2**[12 punte]**

- 2.1 Bepaal, en vereenvoudig die eerste drie terme van $\sqrt[3]{27-x}$. (8)
Gebruik die magreëks
- 2.2 Gebruik die binomiaalstelling en bepaal die konstante term in die (4)
uitbreiding van $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$.

Vraag 3**[16 punte]**

- 3.1 Die diagram toon die grafieke van $f(x) = 2|2x - 4| + 1$ en (16)
 $g(x) = x + 5$



- 3.1.1 Skryf die koördinate van die knakpunt A neer. (2)
- 3.1.2 Bepaal die koördinate van E en C, die sny punte van f en g . (8)
- 3.1.3 Gebruik die diagram om te bepaal vir watter waardes van x , (2)
 $f(x) < g(x)$.
- 3.2 Los op vir x indien: (4)
 $2|3 - x| - 3|x - 3| - 1 \geq -10$

Vraag 4**[28 punte]**

- 4.1 Ontbind $\frac{7x^2+6x+5}{(x+1)(x^2+x+1)}$ in parsieële breuke. (9)
- 4.2 Gegee dat $P(x) = x^4 - 5x^3 + 31x^2 - 21x - 58 = 0$ 'n wortel het by (11)
 $x = 2 + 5i$, los op vir alle $x \in \mathbb{R}$.

- 4.3 Die volgende stelling is gedeeltelik deur middel van Wiskundige induksie bewys. Voltooi **STAP 3** van die bewys: (8)

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

is waar vir alle $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

STAP 1: Beskou $n = 2$:

$$\begin{aligned} LK &= \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} RK &= \left(\frac{2+1}{2(2)}\right) \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore LK = RK$$

Die stelling is waar vir $n = 2$.

STAP 2: Aanvaar dat die stelling waar is vir $n = k$:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{k+1}{2k}$$

STAP 3: ...

Vraag 5

[15 punte]

5.1 Gegee $h(x) = 2 \text{ bgtan } x$

5.1.1 Skets die grafiek van h . (5)

5.1.2 Gegee die vergelyking van $k(x)$ as k gevorm is deur h as volg te transleer: (4)

- 2 eenhede af
- $\frac{\pi}{2}$ eenhede na links

5.1.3 Bepaal die inverse funksie van h in die vorm $y = \dots$ (3)

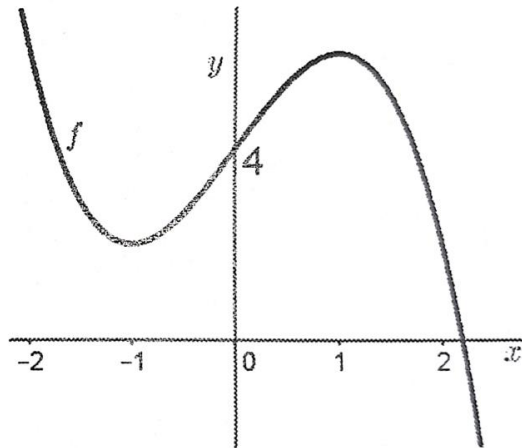
5.1.4 Bepaal die gradiënt van h by $x = 1$. (3)

Vraag 6

[12 punte]

6.1 Gegee $u = i + 2j - k$, en $w = 5i - j + 3k$. (7)
Bepaal die oppervlakte van die parallelogram wat deur die vektore gevorm word.

6.2 Gegee $P = 3i + 5j - 4k$ en $Q = 2i + 4j + 3k$. (5)
Bereken die grootte van die hoek tussen P en Q .

Vraag 7**[11 punte]**Die diagram van $f(x)$ word gegee.

- 7.1 Bepaal $f(x)$ as $f'(x) = -3x^2 + 3$. (5)
- 7.2 Bepaal die x -afsnit deur die gebruik van Newton se metode korrek tot 5 desimale plekke. Gebruik $x = 2,2$ as die eerste benaderde waarde.
Aanvaar dat $f(x) = -x^3 + 3x + 4$. (6)

Vraag 8**[10 punte]**

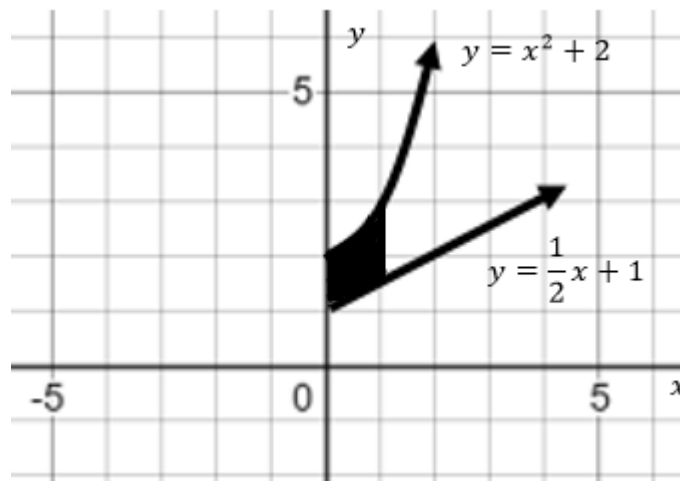
Bepaal elk van die volgende afgeleides. (Moet nie vereenvoudig nie.)

- 8.1 $D_x \left[\frac{2x^4 - 8x^2}{x^5 - 6x} \right]$ (5)
- 8.2 $f(x) = \cos(x \cdot \sin x)$, bepaal $f'(x)$. (5)

Vraag 9**[9 punte]**

Bepaal elk van die volgende integrale. (Moet nie vereenvoudig nie.)

- 9.1 $\int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}} dx$ (5)
- 9.2 $\int (6 \operatorname{cosec} 4x \cdot \cot 4x + 7 \sec^2(3x + 2)) dx$ (4)

Vraag 10**[9 punte]**

Die diagram toon die grafieke van $y = x^2 + 2$ en $y = \frac{1}{2}x + 1$. Bepaal die volume van die omwentelingsliggaam wat ontstaan wanneer die gearseerde deel (dit is tussen $x = 0$ en $x = 1$) om die x -as wentel.

Vraag 11**[8 punte]**

$$g(x) = \begin{cases} 2k & \text{as } x \geq 1 \\ 9 - x^2 & \text{as } -1 < x < 1 \\ 2x + 3c & \text{as } x \leq -1 \end{cases}$$

Bepaal die waardes van k en c sodat $g(x)$ kontinuu is vir alle $x \in \mathbb{R}$. Toon alle nodige berekeninge.

EINDE VAN DIE VRAESTEL

α -WISKUNDE

Graad 11 Alpha Wiskunde

Finale Eksamen 2021 Antwoordblad

Naam en Van: _____

Vraag Totaal	1 [20]	2 [12]	3 [16]	4 [28]	5 [15]	6 [12]	7 [11]	8 [10]	9 [9]	10 [9]	11 [8]	TOTAAL 150
Leerder Punt												

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D