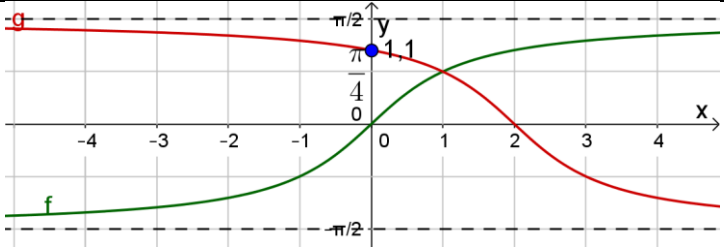


Alpha Wiskunde 2016 Memo

Antwoordblad: VRAAG 1

<i>Vraag 1</i>				
1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

VRAAG 2		20	
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
2.1 (a)	$T(0) = 20 + 60e^0$ $= 80^\circ\text{C}$	Invervang:1 Antwoord:1	2
(b)	$T(10) = 20 + 60e^{-0,54}$ $= 55^\circ\text{C}$	Invervang:1 Antwoord:1	2
(c)	$40 = 20 + 60e^{-0,054t}$ $-0,054t = \ln\left(\frac{1}{3}\right);$ $t = 20,34 \text{ min}$	Invervang:1 $\ln\left(\frac{1}{3}\right): 1$ Antwoord:1	3
(d)	Die minimum temperatuur/ die kamertemperatuur	1	1
2.2	<p>Stel $n = 1$: $LK = \frac{1}{6}$ en $RK = \frac{1}{6}$. Dus waar vir $n = 1$</p> <p>Aanvaar waar vir $n = k$:</p> $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{2(k+2)}$ <p>Beskoun $n=k+1$: $RK = \frac{k+1}{2(k+3)}$</p> $LK = \frac{k}{2(k+2)} + \frac{1}{(k+2)(k+3)}$ $= \frac{k(k+3)+2}{2(k+2)(k+3)}$ $= \frac{(k^2+3k+2)}{2(k+2)(k+3)}$ $= \frac{(k+1)(k+2)}{2(k+2)(k+3)} = RK$ <p>Dus as die stelling waar is vir $n=k$, is dit ook waar vir $n=k+1$. Dus waar vir alle $n \in \mathbb{N}$</p>	<p>$n=1: 1$</p> <p>Aanvaar:1</p> <p>Stelling met $k:1$</p> <p>RK : 1</p> <p>LK : 1 en 1</p> <p>Dieselfde kgv: 2</p> <p>Vereenvoudig:1</p> <p>Faktoriseer: 1</p> <p>Storie: 1</p>	11
VRAAG 3			21
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
3.1	<p>(1) $\left(\frac{x}{2} - \frac{4}{x}\right)^6 + x^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{4}{x}\right)^6$</p> <p>$r = 2: \binom{6}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^4 \left(-\frac{4}{x}\right)^2 = 15x^2$</p> <p>$r = 3: \binom{6}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 \left(-\frac{4}{x}\right)^3 = -160x^2$</p> <p>Dus $15x^2 - 160x^2 = -145$</p>	<p>Skei in 2:1</p> <p>$r = 2:1$</p> <p>Binomiaal: 1</p> <p>$r = 3:1$</p> <p>Binomiaal: 1</p> <p>Tel bymekaar:1</p> <p>Antwoord: 1</p> <p>Werk net 1 uit: 3</p>	8
3.2 (a)	$1 - 4i - 6 + 4i + 1$ $= -4$	Brei uit: 1 Antwoord: 1	2
(b)	<p>$r = \sqrt{2}$</p> <p>$\theta = -\frac{\pi}{4}$ of $\frac{7\pi}{4}$</p> <p>$\sqrt{2}^4 \text{cis}(-\pi);$</p> <p>$x = 4 \cos(-\pi) = -4$ en $y = 4 \sin(-\pi) = 0$</p> <p>Antwoord dieselfde</p>	<p>$r: 1$</p> <p>$\theta: 1$</p> <p>$\sqrt{2}^4: 1$</p> <p>$(-\pi): 1$</p> <p>antwoord: 1</p> <p>opmerking: 1</p>	6
3.3	<p>$(1-x)^{-2}$</p> <p>$= 1 + (-2)(-x) + \frac{(-2)(-3)(-x)^2}{2}$</p> <p>$1 + (-2)(-0,2) + \frac{(-2)(-3)(-0,2)^2}{2}$</p> <p>$= 1,52$</p>	<p>Vat boontoe: 1</p> <p>Uitbreiding: 2</p> <p>Vervang $x = 0,2:$</p> <p>1</p>	5

		Antwoord: 1	
VRAAG 4			20
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
4.1 (a)	$\frac{1}{2}r^2\theta - \frac{1}{2}r^2\sin\theta$ $= \frac{1}{2}r^2\sin\theta$; $\frac{1}{2}r^2\theta = r^2\sin\theta$; $\theta = 2\sin\theta$, dus p=2	Elke formule: 1 en 1 Verskil: 1 Vergelyking: 1 Antwoord:1	5
(b)	$f(\theta) = 2\sin\theta - \theta$; Dan is $f'(\theta) = 2\cos\theta - 1$; Dus $\theta_{n+1} = \theta_n - \frac{2\sin\theta_n - \theta_n}{2\cos\theta_n - 1}$; $\theta \approx 1,8955$	Vergl: 1 Afgeleide: 1 Newton: 1 Ant: 1 Afgerons: 1	5
4.2 (a)		Asimptote:1 Bgtan: 1 x-as 2: 1 y-as 1,1: 1 grafieke sny by 1: 1	5
(b)	$x \geq 1$	Antwoord: 2	2
(c)	$y \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$	Antwoord: 2 Hakies reg: 1	3

VRAAG 5			24
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
5.1	$-2 + 5i$ is ook 'n oplossing $x^2 + 4x + 29$ 'n faktor $(x^2 + x - 6)$ ander faktor $\therefore x = -2 \pm i$ of $x = 2$ of $x = -3$	Ander nulpunt:1 Elke term: 3 Elke term: 3 Antwoord: 1	8
5.2 (a)	$ x - 2 = 1$ C: $x = 1$ en D: $x = 3$ $ x - 2 = 3$ A: $x = -1$ en B: $x = 5$.	Gelyk aan 1: 1 C en D: 2 Gelyk aan 3: 1 A en B: 2	6
(b)	$x \in [-1; 1]$ of $x \in [3; 5]$	Antwoord: 4	4
5.3	$a(a - 2) + 2(1 + 2) - a(1 + a) = 0$ $a^2 - 2a + 6 - a - a^2 = 0$ $a = 2$	Determinant: 3 =0: 1 Vereenvoudig: 1 Antwoord: 1	6

VRAAG 6			16
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
6.1 (a)	$x = -1$ want $f(-1) \nexists$ verwyderbaar $x = 1$ want $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ bestaan nie sprong	X waarde: 1 Rede: 1 Soort: 1 X waarde: 1 Rede: 1 Soort: 1	6
(b)	Want dit is nie kontinuu nie	Rede: 1	1
(c)	$x = 2$ want die gradiënt weerskante is verskillend	X waarde: 1 Rede: 1	2
(d)	$f'(0) = 0$ $f''(0)$ is enige negatiewe getal	f' : 1 f'' : 1	2
6.2	$f(x+h) = \frac{1}{1-x-h}$; $f(x+h) - f(x) = \frac{1-x-1+x+h}{(1-x-h)(1-x)}$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{h}{(1-x-h)(1-x)} \cdot \frac{1}{h}$ $= \frac{1}{(1-x)^2}$	$f(x+h)$: 1 Bo en onder: 1 + 1 In formule: 1 Antwoord: 1	5

VRAAG 7			23
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
7.1 (a)	$f(x) = bgsin(x^{\frac{1}{2}})$ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$	Tot die mag $\frac{1}{2}$: 1 Bgsin: 1 Eksponent: 1	3
(b)	$\sec^2 4x \cdot 4 \cdot (e^x + x^2)^{10} + \tan 4x \cdot 10(e^x + x^2)^9 \cdot (e^x + 2x)$	5 Nie produkreël: 3	5
7.2	$\ln 1 - 2 \ln y = \frac{x}{y}$ $-\frac{2}{y} \cdot y' = \frac{y-x \cdot y'}{y^2}$ $y' = \frac{y}{x-2y}$	Logwet: 2 Dif: 3 Antwoord: 2	7
OF	$y^2 \cdot -2y^{-3} \cdot y' = \frac{y-x \cdot y'}{y^2}$ $y' = \frac{y}{x-2y}$	Diff: 5 Antwoord: 2	
7.3 (a)	$e^{x-2} - 2 = 0$ $x - 2 = \ln 2$ $p = 2$	Diiff: 1 =0: 1 Gaan na \ln : 1 Ant: 1	4
(b)	$\frac{d^2 y}{dx^2} = e^{x-2}$ $e^{\ln 2 + 2 - 2}$ $= 2$ minimum draaipunt	2e Afgeleide: 1 Vervang x : 1 =2: 1 Minimum dp: 1	4

VRAAG 8			20
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
8.1 (a)	$-\frac{\cot(4x)}{4} + k$	-cot: 1 Op 4: 1 +k een keer: 1	3
(b)	Stel $f(x) = \ln x$ en $g'(x) = x$ Dan is $f'(x) = \frac{1}{x}$ $g(x) = \frac{x^2}{2}$ $\ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx$ $= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \int x dx$ $= \left(\ln e \cdot \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} \right) - \left(\frac{\ln 1 \cdot 1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$	f : 1 g' : 1 f' : 1 g : 1 vervang: 1 Antwoord: 1	6
(c)	$\frac{2x^2+x+1}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x-1}$ $2x^2 + x + 1 = (Ax + B)(x - 1) + C(x^2 + 1)$ $x = 1: 4 = 2C, \therefore C = 2$ en kyk na $x^2: 2 = A + C, \therefore A = 0$ en kyk na $x: 1 = B$ $\ln \tan x + 2 \ln x - 1 + k$	Stel: 1 Maal kgv: 1 C: 1 A: 1 B: 1 Antwoord: 2	7
8.2	$f(x) = \int 12e^{2x+4} dx$ $= 6e^{2x+4} + k$ $f(-2) = 6e^0 + k = 10$ $f(x) = 6e^{2x+4} + 4$	= Integraal: 1 Integreer: 1 Vervang: 1 Antwoord: 1	4
VRAAG 9			27
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
9.1	$\Delta x_i = \frac{1}{n}$ $x_i = 2 + \frac{i}{n}$ $f(x_i) = 3 \left(2 + \frac{i}{n} \right)^2 - 6 = 12 + \frac{12i}{n} + \frac{3i^2}{n^2} - 6$ $f(x_i) \cdot \Delta x_i = \left(\frac{1}{n} \right) \left(6 + \frac{12i}{n} + \frac{3i^2}{n^2} \right) = \frac{6}{n} + \frac{12i}{n^2} + \frac{3i^2}{n^3}$ $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i = \frac{6}{n} \sum_{i=1}^n 1 + \frac{12}{n^2} \sum_{i=1}^n i + \frac{3}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2$ $= 6 + \frac{12}{n^2} \left(\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \right) + \frac{3}{n^3} \left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) =$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i = 6 + 6 + 1 = 13$	1 1 2 2 Sigma: 1 3 2	12
9.2 (a)	Oppervl = $\int_a^5 x \sqrt{25 - x^2} dx$: Stel $25 - x^2 = u$, $\therefore -2x dx = u du, x dx = -\frac{1}{2} u du$ $\int -\frac{1}{2} u^{\frac{1}{2}} du = -\frac{1}{2} u^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2}{3}$ Dus oppervl = $-\frac{1}{3} (25 - x^2)^{\frac{3}{2}} \Big _a^5 = \frac{64}{3}$ Dus $(25 - a^2)^{\frac{3}{2}} = 64$. $25 - a^2 = 16$; $a = 3$.	1 1 1 1 1 1 1 1	8

OF	$\text{Oppervl} = \int_a^{25} x\sqrt{25-x^2} dx$ $\text{Dus oppervl} = -\frac{1}{3}(25-x^2)^{\frac{3}{2}} \Big _a^5 = \frac{64}{3}.$ $\text{Dus } (25-a^2)^{\frac{3}{2}} = 64.$ $25-a^2 = 16;$ $a = 3.$	1 4 1 1 1	
(b)	$V = \pi \int_{-1}^0 x^2(25-x^2) dx$ $= \pi \int_{-1}^0 (25x^2 - x^4) dx$ $= \pi \left(\frac{25x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big _{-1}^0$ $= \text{vervang}$ $= \frac{122}{15} \pi = 25,55$	Formule: 1 Kwadreer beide : 2 Maal uit: 1 Integreer: 1 Vervang: 1 Antwoord: 1	7

VRAAG 10			10
Vraag	Antwoord	Punte	Punt
10.1	Vertikaal: $x = -\frac{1}{2}$ Skuins: metode ant: $y = x + \frac{3}{2}$	Vertikaal: 1 Methode: 1 Antwoord: 2	4
10.2	$f'(x) = \frac{(4x+4)(2x+1)-(2x^2+4x+6)(2)}{(2x-1)} = 0$ $x^2 + 12x + 4 - 4x^2 - 8x - 12 = 0$ $x = -2 \text{ of } x = 1$ $y \leq -2 \text{ of } y \geq 4$	Afgeleide: 1 =0: 1 Vereenvoudig: 1 X antwoorde: 1 Antwoord: 2	6