

α -WISKUNDE

Alpha Wiskunde Halfjaar Eksamenvraestel

Eksamen 2018

Graad 11



Leestyd: 10 min

Skryftyd: 2 ½ ure

Totaal: 165 punte

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 7 bladsye, 'n Formuleblad van 1 bladsy en 'n Antwoordblad van 1 bladsy.
2. Beantwoord AL agt vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genommer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot **twee desimale syfers** afgerond word.
6. **Alle noodsaaklike berekeninge moet duidelik getoon word, behalwe in vraag een.** Geen punte sal toegeken word indien slegs die antwoord neergeskryf is nie.
7. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word indien nodig.
9. Skryf netjies en leesbaar.

Vraag 1**[20 punte]**

Hierdie vraag moet op die **Antwoordblad** beantwoord word.

Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die Antwoordblad.

1.1 Hoeveel oplossings het die volgende vergelyking $|2x + 5| = -2x - 5$?

- (A) Oneindige oplossings vir $x \leq -\frac{5}{2}$
- (B) Twee oplossings vir x
- (C) Een oplossing vir x
- (D) Geen oplossing vir x

1.2 Watter van die volgende bewerings is onwaar (neem aan $a, b \in \mathbb{R}$):

- (i) $|a| = \sqrt{a^2}$
- (ii) $|a| = (\sqrt{a})^2$
- (iii) $|a| = |-a|$
- (iv) $|ab| = |a||b|$

- (A) (i) en (iii)
- (B) (ii) en (iv)
- (C) Slegs (ii)
- (D) Slegs (iv)

1.3 Watter getal staan in Pascal se driehoek in die tiende ry en in die sesde posisie?

- (A) 210
- (B) 252
- (C) 84
- (D) 120

1.4 Watter een van die volgende stellings is waar:

- (A) Die sinus- en kosinus funksies is een-tot-een-funksies (een-eenduidig).
- (B) Alle reguit lyne is voorbeelde van meer-tot-een-funksies. (meer-eenduidig)
- (C) Alle funksies se inverses sal óók funksies wees.
- (D) Hiperbole is een-tot-een-funksies (een-eenduidig).

1.5 Watter een van die volgende is 'n faktor van $x^4 - 3x^3 + 4x$?

- (A) $x + 1$
- (B) $x - 1$
- (C) $x + 2$
- (D) Al die bogenoemde opsies is faktore van die uitdrukking.

$$1.6 \quad \frac{1}{x^2(1+x)^2} \equiv$$

$$(A) \quad \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$$

$$(B) \quad \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{(x+1)^2}$$

$$(C) \quad \frac{Ax+B}{x^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$$

(D) Beide opsies (A) en (C) is korrek.

1.7 'n Sirkel is opgedeel in 6 gelyke sektore met 'n radius van 9 cm. Wat is die booglengte van een van die sektors?

(A) 2π

(B) 3π

(C) 4π

(D) 6π

1.8 Gegee: $v = -2i + xj - 3k$ en $u = -3j - 2k$. Die puntproduk tussen u en v is 10. Bepaal die waarde van x .

(A) $x = 1$

(B) $x = -2$

(C) $x = 4$

(D) $x = -\frac{4}{3}$

1.9 Watter een van die volgende stellings is waar:

(A) Die kruisproduk van twee vektore gee 'n skalaar as antwoord.

(B) As $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ dan is \mathbf{a} loodreg op \mathbf{b} .

(C) Die oppervlakte van 'n parallelogram wat gevorm word deur \mathbf{a} en \mathbf{b} is $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$.

(D) As $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ dan is \mathbf{a} ewewydig op \mathbf{b} .

1.10 Die inverse funksie van $f(x) = \frac{3}{\frac{1}{x} + 2}$ is $f^{-1}(x) =$

(A) $\frac{2x}{x+3}$

(B) $\frac{x}{3-2x}$

(C) $\frac{2x}{x-3}$

(D) $\frac{3x+2}{x}$

Vraag 2

[23 punte]

2.1 Pas **KOLOM B** by **KOLOM A**. Die opsies (A - G) vanuit **KOLOM B** kan meer as een keer gebruik word óf glad nie gebruik word om **KOLOM A** te beantwoord.

KOLOM A	KOLOM B
Los op vir x in:	Oplossings:
(a) $0 < x - 3 $	(A) $x = 3$
(b) $ x - 3 = -10$	(B) $x \in \mathbb{R}$
(c) $0 \geq x - 3 $	(C) $x \geq -7$ of $x \leq 13$
(d) $ x - 3 \geq 0$	(D) $x \in \mathbb{R}; x \neq 3$
(e) $ x - 3 \geq -10$	(E) Geen oplossing vir $x \in \mathbb{R}$
(f) $ x - 3 = 0$	(F) $x = -7$ of $x = 13$
(g) $-10 < x - 3 \leq 0$	(G) $x \in \mathbb{R}; x \neq -7$

(14)

2.2 Gegee die funksie $f(x) = -|x - 1| + 2$.

(a) Gebruik die definisie van 'n absolute waarde, $|a| = \begin{cases} a & \text{as } a \geq 0 \\ -a & \text{as } a < 0 \end{cases}$, en skryf

$f(x)$ as 'n stuksgewyse funksie deur van die definisie gebruik te maak en vereenvoudig jou antwoord. (4)

(b) Skets vervolgens, of andersins, f op 'n assestelsel. Toon duidelik alle afsnitte met die asse en die koördinate van die knakpunt aan. (5)

Vraag 3**[24 punte]**3.1 Los op vir $x \in \mathbb{R}$:

(a)
$$\frac{6}{|x+1|} < 3 \quad (5)$$

(b)
$$|2x-3| = \frac{3x-7}{2} \quad (7)$$

3.2 Ontbind $\frac{x^2-10x+13}{x^4-1}$ in partiële breuke. (12)**Vraag 4****[20 punte]**4.1 Gegee $m(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ en $-2 + \sqrt{2}$ is 'n nulpunt van $m(x)$.Faktoriseer $m(x)$ volledig oor:

- (a) $\mathbb{Q}[x]$
 (b) $\mathbb{R}[x]$
 (c) $\mathbb{C}[x]$ (10)

4.2 Gegee: $P(x) = 6x^3 - 7x^2 + 1$.

- (a) Bepaal of $(2x-1)$ 'n faktor is van $P(x)$ deur van die faktorstelling gebruik te maak. (3)
 (b) Los vervolgens, of andersins, op vir x in $P(x) = 0$. (7)

Vraag 5**[20 punte]**5.1 (a) Hoeveel terme het die uitbreiding van $(a+3b^2)^4$? (1)(b) Gebruik die binomiaalstelling en brei $(a+3b^2)^4$ uit en vereenvoudig. (7)5.2 Bepaal vir watter waardes van x sal $\frac{1}{1-2x}$ konvergeer? (3)5.3 (a) Hoeveel terme het die uitbreiding van $\sqrt[4]{16-x}$? (1)(b) Deur gebruik te maak van die magreeks, brei $\sqrt[4]{16-x}$ uit tot die term wat x^3 bevat. (8)

Vraag 6**[12 punte]**

Tom wil die volgende formule bewys deur van Wiskundige Induksie gebruik te maak:

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1)^2 = \frac{1}{3}n(4n^2 - 1)$$

Hy doen die volgende stappe:

STAP 1:	Die volgende vergelyking moet dus bewys word: $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{1}{3}n(4n^2 - 1)$
STAP 2:	Toets as $n = 1$: LK = 1 RK = 1 \therefore LK = RK
STAP 3:	Laat $n = k$:
STAP 4:	$\sum_{i=1}^k (2i - 1)^2 = \frac{1}{3}k(4k^2 - 1)$
STAP 5:	Beskou / Laat $n = k + 1$:
STAP 6:	LK =
STAP 7:	$RK = \frac{(2k + 1)(k + 1)(2k + 3)}{3}$
STAP 8:	Finale gevolgtrekking

- 6.1 **STAP 3** se rede is nie volledig nie. Skryf die volledige rede neer vir hierdie stap. (2)
- 6.2 Tom het nie tyd gehad om **STAP 6** te voltooi nie. Doen hierdie deel van die bewys vir hom. (8)
- 6.3 Skryf die finale gevolgtrekking in **STAP 8** volledig neer. (2)

Vraag 7**[27 punte]**

7.1 Bepaal die inverse funksie van $f(x) = 7 \cos(3 - 5x)$ en skryf dit in die vorm $y = \dots$ (5)

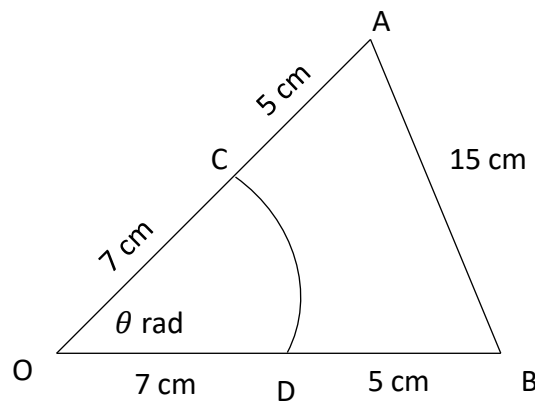
7.2 Gegee die funksie $g(x) = -b \sin\left(x - \frac{1}{4}\right)$. Voltooi die volgende tabel: (8)

	Funksie: $g(x)$	Inverse funksie: $g^{-1}(x)$
Definisieversameling	(a)	(b)
Waardeversameling	(c)	(d)

7.3 Gegee: $h_1(x) = b \tan x$ en $h_2(x) = b \tan(x - 1) + \frac{\pi}{2}$.

Verduidelik, in woorde, die transformasie wat plaasgevind het indien die funksie $h_1(x)$ getransformeer het na $h_2(x)$. (4)

7.4 In die diagram is AOB 'n driehoek en OCD is 'n sektor binne die driehoek met middelpunt O. $OC = OD = 7$ cm, $AC = BD = 5$ cm, $AB = 15$ cm en $\widehat{AOB} = \theta$ radiale.



(a) Bepaal die grootte van \widehat{AOB} , dit is θ . (5)

(b) Bereken die oppervlakte van die gedeelte ACDB. (5)

Vraag 8**[19 punte]**

Gegee $\mathbf{x} = (1; -3; -1)$, $\mathbf{y} = (4; 2; 0)$ en $\mathbf{z} = (-4; 1; 5)$.

8.1 Bepaal die grootte van vektor \mathbf{x} . (2)

8.2 Bepaal die eenheidsvektor van vektor \mathbf{z} . (3)

8.3 Bepaal die hoek tussen vektore \mathbf{x} en \mathbf{z} (5)

8.4 Bepaal of \mathbf{x} ewewydig is aan \mathbf{y} en, indien nie, die oppervlakte van die parallelogram wat gevorm word deur die twee vektore. (7)

8.5 Bereken die hoek α , dit is die hoek tussen vektor \mathbf{x} en die x -as. (2)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

ALPHA WISKUNDE FORMULEBLAD

ALGEBRA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{as } x \geq 0 \\ -x & \text{as } x < 0 \end{cases}$$

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots ; \text{mits } |x| < 1$$

TRIGONOMETRIE:

In 'n sektor: $s = r\theta$ en $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

Identiteite:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

In driehoek ABC is:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

VEKTORE:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta \cdot \mathbf{n}$$

Alpha Wiskunde Graad 11 - Halfjaar eksamen 2018
ANTWOORDBLAD

Naam en Van: _____

Vraag Totaal	1 [20]	2 [23]	3 [24]	4 [20]	5 [20]	6 [12]	7 [27]	8 [19]	TOTAAL 165
Leerder punt									

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

α -WISKUNDE

Alpha Wiskunde Graad 11 / *Alpha Mathematics Grade 11*
Halfjaar eksamen 2018 / *Mid-year examination 2018*

MEMORANDUM

Totaal / *Total*: 165 punte / *marks*

Eksaminator / *Examiner*: Hennie Botha
Moderator: Rika Grobler

Hierdie memorandum bestaan uit 10 bladsye. /
This memorandum consists of 10 pages.

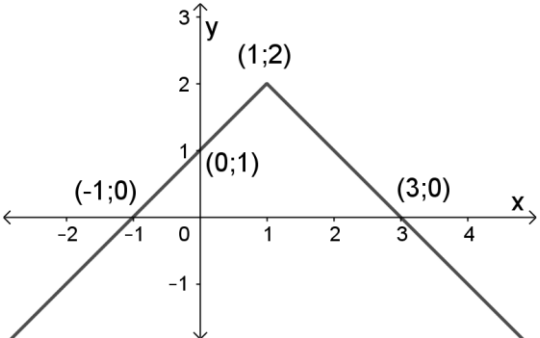
Vraag / Question 1

[20 punte / marks]

NR.	ANTWOORD ANSWER	BEREKENINGE (nie vir nasien doeleindes nie) CALCULATIONS (not for marking purpose)	PUNTE MARKS
1.1	A	$ 2x + 5 = -(2x + 5)$ Die grafieke is op mekaar vir $x \leq -\frac{5}{2}$ (oneindig aantal oplossings)	2
1.2	C	$ a \neq (\sqrt{a})^2$	2
1.3	B	$\binom{10}{6-1} = 252$	2
1.4	D	Hiperbole is een-tot-een-funksies (een-eenduidig)	2
1.5	A	Vervang $x = -1$ in: $(-1)^4 - 3(-1)^3 + 4(-1) = 0$ Vervang $x = 1$ in: $(1)^4 - 3(1)^3 + 4(1) = 2$ Vervang $x = -2$ in: $(-2)^4 - 3(-2)^3 + 4(-2) = 32$	2
1.6	D	$\frac{1}{x^2(1+x)^2} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$ $\equiv \frac{Ax+B}{x^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$	2
1.7	B	$\theta = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ $s = r\theta = 9\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\pi$	2
1.8	D	$(0; -3; -2) \cdot (-2; x; -3) = 10$ $0 - 3x + 6 = 10$ $x = -\frac{4}{3}$	2
1.9	C	Die oppervlakte van 'n parallelogram wat gevorm word deur \mathbf{a} en \mathbf{b} is $ \mathbf{a} \times \mathbf{b} $ is waar.	2
1.10	B	$x = \frac{3}{\frac{1}{y} + 2}$ $x\left(\frac{1}{y} + 2\right) = 3$ $\frac{1}{y} = \frac{3}{x} - 2$ $\frac{1}{y} = \frac{3 - 2x}{x}$ $y = \frac{x}{3 - 2x}$	2

Vraag / Question 2

[23 punte / marks]

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
2.1 (a)	D ✓✓	2
2.1 (b)	E ✓✓	2
2.1 (c)	A ✓✓	2
2.1 (d)	B ✓✓	2
2.1 (e)	B ✓✓	2
2.1 (f)	A ✓✓	2
2.1 (g)	A ✓✓	2
2.2 (a)	$f(x) = \begin{cases} -(x-1) + 2 & \text{as } x-1 \geq 0 \\ (x-1) + 2 & \text{as } x-1 < 0 \end{cases}$ $= \begin{cases} -x + 3 \checkmark & \text{as } x \geq 1 \checkmark \\ x + 1 \checkmark & \text{as } x < 1 \checkmark \end{cases}$	4
2.2 (b)	 <p>✓✓ x-afsnitte ✓ y-afsnit ✓ knakpunt ✓ vorm</p>	5

Vraag / Question 3

[24 punte / marks]

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
3.1 (a)	$6 < 3 x + 1 $ ✓ $ x + 1 > 2$ ✓ $x + 1 > 2$ of $x + 1 < -2$ ✓ $x > 1$ ✓ $x < -3$ ✓	5
3.1 (b)	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>As $x \geq \frac{3}{2}$ ✓:</p> $2x - 3 = \frac{3x - 7}{2}$ $4x - 6 = 3x - 7$ $x = -1 \text{ (N.V.T.)}$ </div> <div style="width: 45%;"> <p>As $x < \frac{3}{2}$ ✓:</p> $-(2x - 3) = \frac{3x - 7}{2}$ $-4x + 6 = 3x - 7$ $-7x = -13$ $x = \frac{13}{7} \text{ (N.V.T.)}$ </div> </div> <p>Dus geen oplossing ✓</p>	7
3.2	$\frac{x^2 - 10x + 13}{(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)} \equiv \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1} + \frac{Cx + D}{x^2 + 1}$ $x^2 - 10x + 13 \equiv A(x + 1)(x^2 + 1) + B(x - 1)(x^2 + 1) + (Cx + D)(x - 1)(x + 1)$ <p>Stel $x = 1$: $4 = 4A \Rightarrow A = 1$ ✓</p> <p>Stel $x = -1$: $24 = -4B \Rightarrow B = -6$ ✓</p> <p>Stel $x = 0$: $13 = A - B - D$ ✓ $13 = 1 + 6 - D \Rightarrow D = -6$ ✓</p> <p>Stel $x = 2$: (enige waarde) $-3 = 15A + 5B + (2C + D)(3)$ ✓ $-3 = 15(1) + 5(-6) + (2C - 6)(3)$ $30 = 6C \Rightarrow C = 5$ ✓</p> $\therefore \frac{x^2 - 10x + 13}{(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)} \equiv \frac{1}{x - 1} - \frac{6}{x + 1} + \frac{5x - 6}{x^2 + 1}$ <p style="text-align: center;">OF</p>	12

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
	$\frac{x^2 - 10x + 13}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} \checkmark \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} \checkmark + \frac{Cx+D}{x^2+1} \checkmark$ $x^2 - 10x + 13 \equiv A(x+1)(x^2+1) + B(x-1)(x^2+1) + (Cx+D)(x-1)(x+1) \checkmark \checkmark$ <p>Stel $x = 1$: $4 = 4A \Rightarrow A = 1 \checkmark$</p> <p>Stel $x = -1$: $24 = -4B \Rightarrow B = -6 \checkmark$</p> $\equiv Ax^3 + Ax^2 + Ax + A + Bx^3 - Bx^2 + Bx - B + Cx^3 - Cx + Dx^2 - D \checkmark$ $\equiv x^3(A+B+C) + x^2(A-B+D) + x(A+B-C) + (A-B-D) \checkmark$ $A+B+C=0 \quad A-B+D=1$ $1-6+C=0 \quad 1+6+D=1$ $C=5 \checkmark \quad D=-6 \checkmark$ $\therefore \frac{x^2 - 10x + 13}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} \equiv \frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+1} + \frac{5x-6}{x^2+1} \checkmark$	

Vraag / Question 4

[20 punte / marks]

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
4.1	$x = -2 - \sqrt{2}$ is ook 'n nulpunt van $m(x)$. ✓ $(x + 2 + \sqrt{2})(x + 2 - \sqrt{2})$ ✓ $= (x + 2)^2 - 2$ $= x^2 + 4x + 2$ is 'n faktor ✓ Doen langdeling, dan is: 4.1 (a) $(x^2 + 4x + 2)(x^2 + 1) \in \mathbb{Q}[x]$ ✓✓ 4.1 (b) $= (x + 2 + \sqrt{2})(x + 2 - \sqrt{2})(x^2 + 1) \in \mathbb{R}[x]$ ✓ 4.1 (c) $= (x + 2 + \sqrt{2})(x + 2 - \sqrt{2})(x - i)(x + i) \in \mathbb{C}[x]$ ✓✓	10
4.2 (a)	$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ ✓ $P\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ ✓ Dus $2x - 1$ is 'n faktor van $P(x)$. ✓	3
4.2 (b)	Sintetiese deling: $\begin{array}{r rrrr} \frac{1}{2} & 6 & -7 & 0 & 1 \\ & 0 & 3 & -2 & -1 \\ \hline & 6 & -4 & -2 & 0 \end{array}$ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \checkmark (6x^2 - 4x - 2) \checkmark \checkmark = 0$ $(2x - 1)(3x^2 - 2x - 1) \checkmark = 0$ $(2x - 1)(x - 1)(3x + 1) = 0$ $x = \frac{1}{2} \checkmark$ of $x = 1 \checkmark$ of $x = -\frac{1}{3} \checkmark$	7

Vraag / Question 5

[20 punte / marks]

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
5.1 (a)	5 terme ✓	1
5.1 (b)	$(a + 3b^2)^4 = \binom{4}{0} a^4 (3b^2)^0 \checkmark + \binom{4}{1} a^3 (3b^2)^1 \checkmark + \binom{4}{2} a^2 (3b^2)^2 \checkmark$ $+ \binom{4}{3} a^1 (3b^2)^3 \checkmark + \binom{4}{4} a^0 (3b^2)^4 \checkmark$ $= a^4 + 12a^3b^2 + 54a^2b^4 + 108ab^6 + 81b^8 \checkmark \checkmark$	7
5.2	$ -2x < 1 \checkmark$ $ x < \frac{1}{2} \checkmark \checkmark \quad \text{OF} \quad -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \checkmark \checkmark$	3
5.3 (a)	Oneindige aantal terme ✓	1
5.3 (b)	$(16 - x)^{\frac{1}{4}} \checkmark$ $= 16^{\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{x}{16}\right)^{\frac{1}{4}} \checkmark$ $= 2 \left(1 \checkmark + \left(-\frac{x}{16}\right) \left(\frac{1}{4}\right) \checkmark + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)}{2!} \left(-\frac{x}{16}\right)^2 \checkmark + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{7}{4}\right)}{3!} \left(-\frac{x}{16}\right)^3 \checkmark\right)$ $= 2 - \frac{1}{32}x - \frac{3}{4096}x^2 - \frac{7}{262144}x^3 \checkmark \checkmark$	8

Vraag / Question 6

[12 punte / marks]

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
6.1	Aanvaar ✓ die bewering is waar vir $n = k$ ✓	2
6.2	$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k - 1)^2 \checkmark + (2(k + 1) - 1)^2 \checkmark$ $= \frac{1}{3}k(4k^2 - 1) \checkmark + (2k + 1)^2$ $= \frac{1}{3}k(2k - 1)(2k + 1) \checkmark + (2k + 1)^2$ $= (2k + 1) \left(\frac{1}{3}k(2k - 1) + (2k + 1) \right) \checkmark$ $= (2k + 1) \left(\frac{2k^2 - k + 6k + 3}{3} \right) \checkmark$ $= \frac{(2k + 1)(2k^2 + 5k + 3)}{3} \checkmark$ $= \frac{(2k + 1)(k + 1)(2k + 3)}{3} \checkmark$	8
6.3	Die bewering is waar vir $n = 1$. As dit waar is vir $n = k$, is dit ook waar vir $n = k + 1$. ✓ Die bewering is dus waar vir alle natuurlike getalle n . ✓	2

Vraag / Question 7

[27 punte / marks]

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
7.1	$x = 7 \cos(3 - 5y) \checkmark$ $\frac{x}{7} \checkmark = \cos(3 - 5y)$ $3 - 5y \checkmark = \text{bgcos} \frac{x}{7} \checkmark$ $y = -\frac{1}{5} \left(\text{bgcos} \frac{x}{7} - 3 \right) \checkmark = -\frac{1}{5} \text{bgcos} \frac{x}{7} + \frac{3}{5}$	5
7.2 (a)	$x \in \left[-\frac{3}{4} \checkmark; \frac{5}{4} \checkmark \right]$	2
7.2 (b)	$x \in \left[-\frac{\pi}{2} \checkmark; \frac{\pi}{2} \checkmark \right]$	2
7.2 (c)	$y \in \left[-\frac{\pi}{2} \checkmark; \frac{\pi}{2} \checkmark \right]$	2
7.2 (d)	$y \in \left[-\frac{3}{4} \checkmark; \frac{5}{4} \checkmark \right]$	2
7.3	Horisontale verskuiwing van h_1 1 eenheid \checkmark na regs \checkmark EN Vertikale verskuiwing van h_1 $\frac{\pi}{2}$ eenhede \checkmark opwaarts \checkmark .	4
7.4 (a)	$15^2 \checkmark = 12^2 + 12^2 \checkmark - 2(12)^2 \cos \theta \checkmark$ $\frac{7}{32} = \cos \theta \checkmark$ $\theta = 1,35$ radiale \checkmark	5
7.4 (b)	$\text{Oppv } \triangle AOB = \frac{1}{2} (12)^2 (1,35) \checkmark = 97,2 \checkmark$ $\text{Oppv sektor} = \frac{1}{2} (7)^2 (1,35) \checkmark = 33,075 \checkmark$ $\text{Oppv van ACDB} = 97,2 - 33,075 = 64,13 \checkmark$	5

Vraag / Question 8

[19 punte / marks]

NR.	ANTWOORD / ANSWER	PUNTE MARKS
8.1	$ x = \sqrt{1^2 + 3^2 + 1^2} \checkmark = \sqrt{11} \checkmark$	2
8.2	$ z = \sqrt{4^2 + 1^2 + 5^2} \checkmark = \sqrt{42} \checkmark$ Eenheidsvektor is $\frac{1}{\sqrt{42}} \checkmark (-4; 1; 5) = \left(-\frac{4}{\sqrt{42}}; \frac{1}{\sqrt{42}}; \frac{5}{\sqrt{42}}\right)$	3
8.3	$x \cdot z = (1)(-4) + (-3)(1) + (-1)(5) \checkmark = -12 \checkmark$ $x \cdot z = x z \cos \theta$ $-12 \checkmark = \sqrt{11}\sqrt{42} \cos \theta \checkmark$ $\cos \theta = -\frac{12}{\sqrt{11}\sqrt{42}}$ $\theta = 2,16 \text{ radiale} \checkmark$	5
8.4	$x \times y = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix} \checkmark$ $= i \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$ $= i(0 + 2) - j(0 + 4) + k(2 + 12)$ $= 2i \checkmark - 4j \checkmark + 14k \checkmark$ Nee x is nie ewewydig aan y nie. \checkmark Oppervlakte van parallelogram is: $ x \times y = \sqrt{2^2 + 4^2 + 14^2} \checkmark = 6\sqrt{6} = 14,70 \checkmark$	7
8.5	$\alpha = \text{bgcos}\left(\frac{1}{\sqrt{11}}\right) \checkmark = 1,26 \text{ rad} \checkmark$	2

- EINDE VAN DIE MEMORANDUM / END OF THE MEMORANDUM -