

α -WISKUNDE

Alpha Wiskunde Finale eksamen 2019

Graad 11

Eksaminator: R Grobler

Moderator: A Muller

Tyd: 2 ½ ure

Totaal: 165 punte

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye, 'n formuleblad van 1 bladsy en 'n antwoordblad van 2 bladsye.
2. Beantwoord AL 9 vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genommer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by 'n vraag.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word indien nodig.
10. Skryf netjies en leesbaar.

Vraag 1**[20 punte]**

Hierdie vraag moet **op die antwoordblad** beantwoord word.

Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X** op die antwoordblad.

1.1 Los op vir x in $-|x - 5| - 7 \leq 0$.

- (A) $x \in (2; 12)$
- (B) $x \leq 2$ of $x \geq 12$
- (C) $x \in \mathbb{R}$
- (D) Geen oplossing vir x

1.2 Die grafiek $y = b \tan x$ ondergaan die volgende transformasies:

- vertikale verskuiwing van $\frac{\pi}{2}$ eenhede opwaarts, en
- vergroot met 'n faktor van 2.

Die nuwe grafiek se waardeversameling is:

- (A) $y \in [0; \pi]$
- (B) $y \in [0; 2\pi]$
- (C) $y \in [-\pi; 0]$
- (D) $y \in [-2\pi; 0]$

1.3 $f(x) = x^5 - 1$, dan is $f^{-1}(x) =$

- (A) $\frac{1}{\sqrt[5]{x+1}}$
- (B) $\frac{1}{\sqrt[5]{x-1}}$
- (C) $\sqrt[5]{x-1}$
- (D) $\sqrt[5]{x+1}$

1.4 Gegee: $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{as } x < 0 \\ b \sin x & \text{as } 0 < x < 1 \\ b \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 0,5 & \text{as } x \geq 1 \end{cases}$

Vir watter waarde(s) van x het $f(x)$ 'n sprong diskontinuiteit?

- (A) $x = 1$
- (B) $x = 0$
- (C) $x = -1$
- (D) Geen waarde van x nie.

1.5 Watter van die volgende stellings is WAAR:

- (A) 'n Funksie wat differensieerbaar is vir alle waardes van x , sal ook kontinu wees vir alle waardes van x .
- (B) 'n Funksie wat kontinu is vir alle waardes van x , sal ook differensieerbaar wees vir alle waardes van x .
- (C) As 'n funksie 'n verwyderbare diskontinuiteit het, is dit differensieerbaar by hierdie punt.
- (D) As 'n funksie nie differensieerbaar is in 'n punt nie, is dit nooit kontinu by hierdie punt nie.

1.6 Vir watter waardes van x sal die uitbreiding van $\frac{1}{1-2x}$ konvergeer?

- (A) $|x| < 2$
- (B) $|x| > \frac{1}{2}$
- (C) $|x| < 2$
- (D) $|x| < \frac{1}{2}$

1.7 $\int \frac{1}{1+4x^2} dx =$

- (A) $bgtan2x + k$
- (B) $\frac{1}{2}bgtan2x + k$
- (C) $bgtan\left(\frac{x}{2}\right) + k$
- (D) $2bgtan\left(\frac{x}{2}\right) + k$

1.8 As $f(x) = \sqrt[3]{x}$, dan is $f'(-8) =$

- (A) -12
- (B) 12
- (C) $\frac{1}{12}$
- (D) $-\frac{1}{12}$

1.9 Die grootte van die vektor $2i + 3j + ak$ is $\sqrt{38}$. Dan is die waarde van $a =$

- (A) 2
- (B) 3
- (C) -4
- (D) -5

1.10 $\int_a^0 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx =$

- (A) $1 - a$
- (B) $a - 1$
- (C) $a - \frac{a^2}{2}$
- (D) $\frac{a^2}{2} - a$

Vraag 2**[15 punte]**2.1 Los op vir x :

(a) $|3 - 2x| < 7$ (4)

(b) $|x + 2| = -3x + 6$ (6)

2.2 Skets die grafiek van $y = 1 - |x - 2|$. Dui alle afsnitte met die asse en die knakpunt duidelik aan op die skets. Gebruik **DIAGRAMBLAD 1** vir die skets. (5)**Vraag 3****[19 punte]**3.1 Faktoriseer $x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ in $\mathbb{R}[x]$ as dit gegee is dat $-2 + \sqrt{2}$ 'n nulpunt is. (8)3.2 Bepaal die 6'de term in die uitbreiding van $\left(\frac{1}{2} - 4x\right)^8$. (6)3.3 Bepaal en vereenvoudig die eerste 3 terme van $(1 - 2x)^{-2}$. (5)**Vraag 4****[18 punte]**4.1 Ontbind $\frac{5x^2 - 4x + 3}{(x-1)(x^2+1)}$ in partiële breuke. (8)4.2 Gebruik **wiskundige induksie** en bewys dat die volgende bewering geld vir alle $n \in \mathbb{N}$:

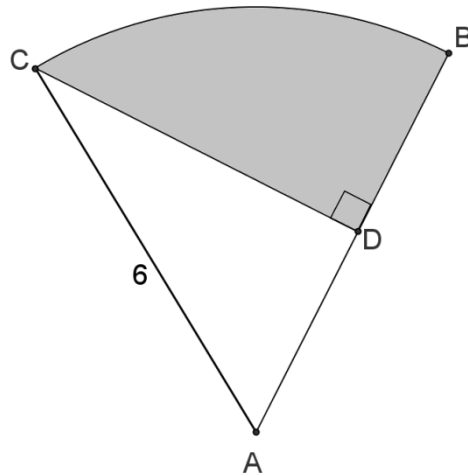
$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2) \quad (10)$$

Vraag 5**[15 punte]**Gegee: $\mathbf{u} = 2i - j + 3k$, $\mathbf{v} = -2i + 5k$ en $\mathbf{w} = 5i - 2j + k$ 5.1 Bepaal die eenheidsvektor van vektor \mathbf{w} . (3)5.2 Bepaal die grootte van die hoek tussen vektore \mathbf{u} en \mathbf{v} . (5)5.3 Bepaal die oppervlakte van die parallelogram wat gevorm word deur vektore \mathbf{u} en \mathbf{w} . (7)**Vraag 6****[22 punte]**6.1 Bepaal die inverse funksie van $y = 2\cos(2x) - 1$. Skryf dit in die vorm $y = \dots$ (4)6.2 Maak 'n netjiese sketsgrafiek van $f(x) = b \tan\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{\pi}{4}$.

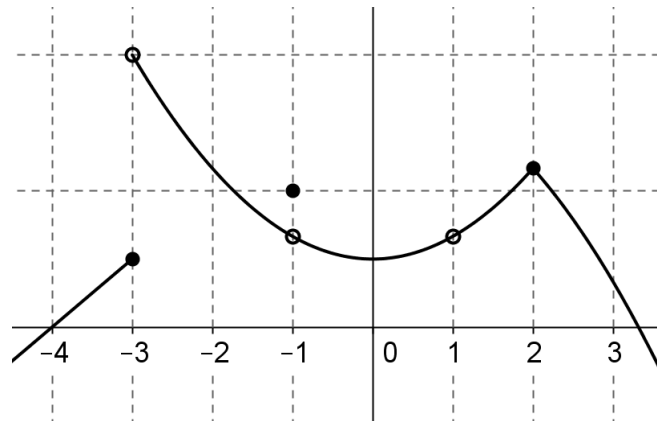
Toon duidelik alle afsnitte met die asse asook asimptote op jou grafiek aan.

Indien van toepassing, moet eenhede in terme van π gegee word.Gebruik **DIAGRAMBLAD 2** vir die skets. (6)

- 6.3 Die skets toon **sektor** ABC met radius 6 cm en oppervlakte 6π cm². D is 'n punt op AB sodat $CD \perp AB$.



- (a) Bepaal die grootte van \widehat{CAB} . (3)
- (b) Bepaal die booglengte BC. Gebruik $\widehat{CAB} = \frac{\pi}{3}$ radiale. (2)
- (c) Bereken die lengte van AD. (3)
- (d) Bereken vervolgens die oppervlakte van die geskakeerde gedeelte, BCD. (4)

Vraag 7**[20 punte]**7.1 Die skets toon die grafiek van $y = f(x)$.

- (a) Die funksie is nie oral kontinu vir $x \in [-4; 3]$ nie. Gee die punte van diskontinuiteit met die tipe. Motiveer telkens deur van die **definisie** van kontinuïteit gebruik te maak. (6)
- (b) Motiveer waarom die funksie nie differensieerbaar in die volgende punte is nie:
- (i) $x = 1$ (1)
- (ii) $x = 2$ (1)

7.2 Differensieer soos gevra. Dit is nie nodig om antwoorde te vereenvoudig nie.

- (a) $D_x[\sin x^2 + 2x]$. (3)
- (b) $\frac{d}{dx}\left[\sqrt{x} \times \tan\left(\frac{2}{x}\right)\right]$. (5)
- (c) $f'(x)$ as $f(x) = [\text{bgtan}(x)^2]^4$. (4)

Vraag 8**[18 punte]**

.1 Bepaal die volgende integrale:

- (a) $\int \text{cosec}^2(5 - 4x) dx$. (3)
- (b) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{4x-4x^2}}\right) dx$. (4)

8.2 (a) Gegee die identiteit $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$.Gebruik dit en toon aan dat $\frac{d}{dx}(2x - \sin 2x) = 4 \sin^2 x$. (4)

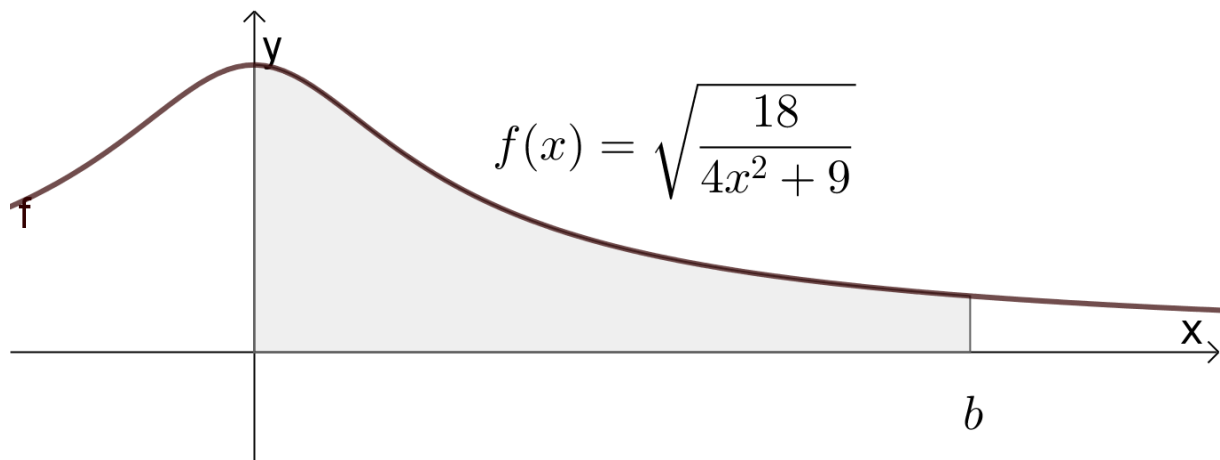
- (b) Bepaal vervolgens $\int \sin^2 x dx$. (3)

- 8.3 Gebruik Newton se metode om 'n nulpunt van $\tan x - (3x + 1) = 0$ te bepaal. Gee die antwoorde korrek tot vyf desimale syfers. Gebruik $-0,5$ as eerste benadering. (4)

Vraag 9**[18 punte]**

- 9.1 Die oppervlakte tussen die grafieke $f(x) = \sec^2 x$ en $g(x) = \sin 2x$ en tussen die lyne $x = \frac{\pi}{4}$ en $x = \frac{\pi}{3}$ is gelyk aan $\sqrt{p} + a$. Bereken die waardes van a en p wat rasionale getalle is. Toon al die stappe van integrasie wat jy gebruik. (7)

- 9.2 Die grafiek van $f(x) = \sqrt{\frac{18}{4x^2+9}}$ word getoon. Die gebied tussen die lyne $x = 0$ en $x = b$ is geskakeer.



- Hierdie gebied roteer om die x -as. Die volume van die omwentelingsliggaam wat so ontstaan is gelyk aan $\frac{3\pi^2}{4}$. Bereken die waarde van b . (11)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

ALPHA WISKUNDE FORMULEBLAD

ALGEBRA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{as } x \geq 0 \\ -x & \text{as } x < 0 \end{cases}$$

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots ; \text{mits } |x| < 1$$

VEKTORE:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

CALCULUS:

$$\int_a^b x^n dx = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_a^b$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

TRIGONOMETRIE:

In 'n sektor: $s = r\theta$ en $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

Identiteite: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$ $\cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

In ΔABC : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

TABEL MET AFGELEIDES:

$F(x)$	$F'(x)$
ax^n	nax^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$

$F(x)$	$F'(x)$
$\operatorname{bgsin} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arcsin} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{bgcos} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arccos} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{bgtan} x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$\operatorname{arctan} x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)] \cdot g'(x)$

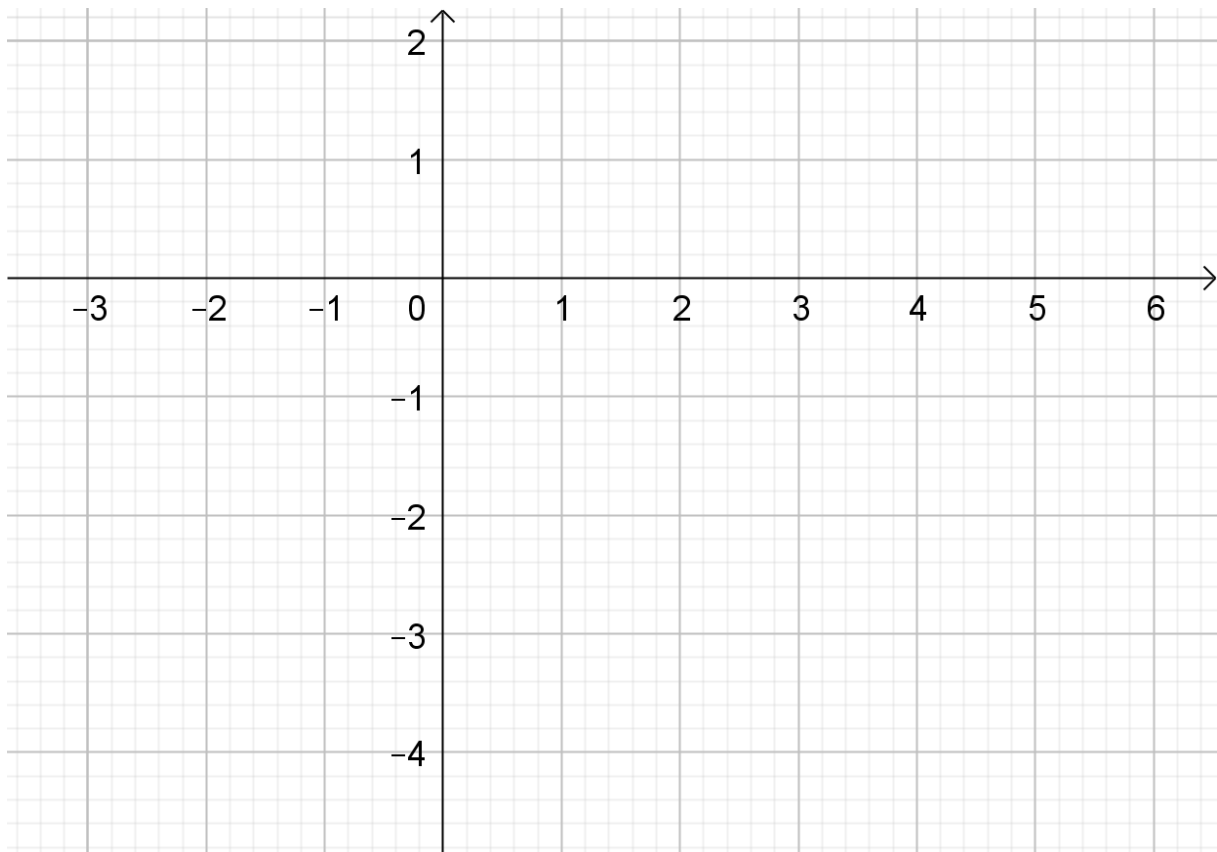
Alpha Wiskunde Graad 11 - Finale eksamen 2018
ANTWOORDBLAD

Naam en Van: _____

Vraag Totaal	1 [20]	2 [15]	3 [19]	4 [18]	5 [15]	6 [22]	7 [20]	8 [18]	9 [18]	TOTAAL 165
Leerder punt										

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

DIAGRAMBLAD 1 [Vraag 2.2]**DIAGRAMBLAD 2 [Vraag 6.2]**