

# $\alpha$ -WISKUNDE

## Alpha Wiskunde Halfjaar eksamen 2019

Graad 11

Tyd: 2 ½ ure

Totaal: 165 punte

### INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 6 bladsye, 'n formuleblad van 1 bladsy en 'n antwoordblad van 1 bladsy.
2. Beantwoord AL 9 vrae.
3. Nommer die antwoorde soos die vrae genommer is.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by 'n vraag.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet in radiale gegee word indien nodig.
10. 'n Formuleblad is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

**Vraag 1****[20 punte]**

Hierdie vraag moet **op die antwoordblad** beantwoord word. Elke vraag het **SLEGS** een korrekte antwoord en tel twee (2) punte. Merk die korrekte antwoord met 'n **X**.

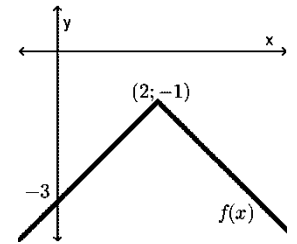
1.1 Die vergelyking van  $f(x)$  is:

(A)  $y = |x - 2| - 1$

(B)  $y = |x - 2| + 1$

(C)  $y = |x + 2| - 1$

(D)  $y = |x + 2| + 1$



1.2  $(2x - 1)$  is 'n faktor van:

(A)  $2x^2 + 3x + 1$

(B)  $2x^2 - x - 1$

(C)  $4x^3 - 4x^2 - x + 1$

(D)  $4x^3 - 3x - 1$

1.3 Die uitbreiding van  $\left(\frac{1}{2} - x\right)^{-5}$  sal konvergeer as:

(A)  $|x| < 1$

(B)  $|x| < \frac{1}{2}$

(C)  $|x| < 2$

(D)  $|x| < \frac{1}{4}$

1.4 Hoeveel terme het die uitbreiding van  $\frac{(x^2 - 2x)^4}{10x}$ ?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) Oneindig

1.5 As  $|x| = 3x + 1$ , dan is  $x =$

(A)  $-\frac{1}{2}$

(B)  $-\frac{1}{4}$

(C)  $-\frac{1}{2}$  of  $-\frac{1}{4}$

(D) Geen  $x$

1.6 Die inverse funksie van  $f(x) = \sin 4x$  sal gedefinieer wees indien  $f$  se definisieversameling beperk word tot  $x \in \dots$

(A)  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

(B)  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

(C)  $[-\pi; \pi]$

(D)  $\left[-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}\right]$

1.7 Die term  $Ka^4b^{10}$  is 'n term in die uitbreiding van  $\left(\frac{1}{5}a + 10b^2\right)^9$ , dan is  $K = \dots$

(A) 126

(B) 20000

(C) 20100

(D) 20160

1.8 Ontbind in partiële breuke:  $\frac{g(x)}{x^2(x^2+1)} \equiv \dots$ , waar  $g(x)$  enige uitdrukking met reële koëffisiënte in terme van  $x$  is.

(A)  $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+1}$

(B)  $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2} + \frac{Dx+E}{x^2+1}$

(C)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+1}$

(D) Geen een van bogenoemde.

1.9 Die stuksgewyse funksie van 'n absolute waarde funksie word gegee:

$$f(x) = \begin{cases} x - 4 & \text{as } x \leq 5 \\ -x + 6 & \text{as } x > 5 \end{cases}, \text{ dan is } f(0) + f(5) + f(10) =$$

- (A)  $-7$                       (B)  $6$                       (C)  $-3$                       (D)  $14$

1.10 As  $a, b, c, d$  en  $e$  reële getalle is en  $a \neq 0$ , dan het  $ax^7 + bx^5 + cx^3 + dx + e = 0$

- (A) net een reële wortel.                      (B) minstens een reële wortel.  
(C) 'n onewe aantal nie-reële wortels.                      (D) geen reële wortel.

## Vraag 2

[21 punte]

2.1 Ontbind  $\frac{3x^2 - 2x + 3}{(x^2 + 1)^2}$  in parsieële breuke. (9)

2.2 Gebruik Wiskundige Induksie en bewys dat die bewering geld vir alle  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1} \quad (12)$$

## Vraag 3

[19 punte]

3.1 (a) Toon aan dat  $(x + 2)$  'n faktor van  $x^3 - 6x - 4$  is deur gebruik te maak van die faktorstelling. (3)

(b) Gebruik sintetiese deling, of andersins, en los vervolgens op vir  $x \in \mathbb{R}$  in  $x^3 - 6x - 4 = 0$ . (6)

3.2 Faktoriseer  $6x^4 - 37x^3 + 125x^2 - 149x - 65$  volledig oor  $\mathbb{Z}[x]$  as dit verder gegee word dat  $2 - 3i$  'n wortel is. (10)

## Vraag 4

[20 punte]

4.1 Los op vir  $x \in \mathbb{R}$  in:

(a)  $|x - 7| = 0$  (2)

(b)  $|7 - x| > 0$  (2)

(c)  $|x + 2| = -10$  (2)

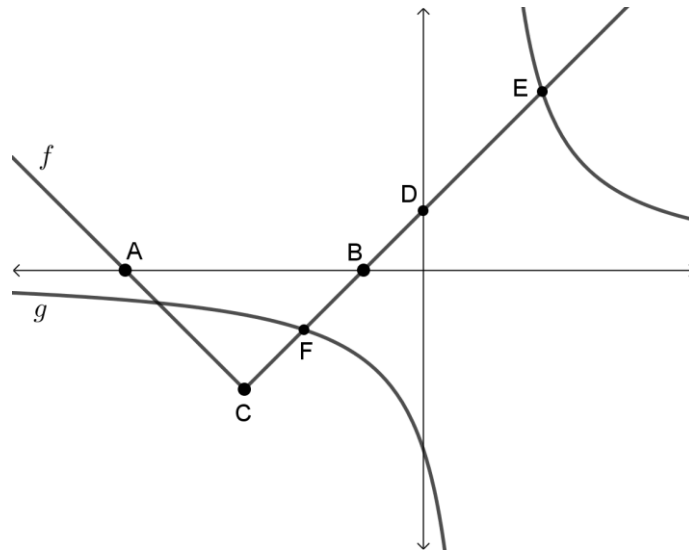
(d)  $\frac{18}{|x-5|} \geq 6$  (5)

(e)  $2 - |x - 8| > 2$  (3)

4.2 Skets die grafiek van  $y = -\frac{1}{4}|x + 1| + 2$ . Dui alle afsnitte met die asse en die knakpunt duidelik aan op jou skets. (6)

**Vraag 5****[15 punte]**

Beskou die skets van  $f(x) = |x + 3| - 2$  en  $g(x) = \frac{3}{x-1}$ . A, B en D is die afsnitte van  $f$  met die asse en C is die knakpunt van  $f$ . E en F is die sny punte van  $f$  en  $g$ .



- 5.1 Skryf die koördinate van C neer, die knakpunt van  $f$ . (2)
- 5.2 Bepaal die koördinate van A, B en D, die afsnitte van  $f$  met die asse. (4)
- 5.3 Bepaal die koördinate van E en F, die sny punte van  $f$  en  $g$ . (7)
- 5.4 Gee vervolgens die waardes van  $x$  waarvoor  $-2 \leq f(x) \leq 0$ . (2)

**Vraag 6****[15 punte]**

- 6.1 Bepaal en vereenvoudig die eerste 3 terme, in toenemende magte van  $x$ , in die uitbreiding van  $(2 - 5x)^{10}$ . (4)
- 6.2 Gegee:  $\left(6x^2 - \frac{1}{3x}\right)^{12}$
- (a) Bepaal die 3<sup>de</sup> term in die uitbreiding. (4)
- (b) Bepaal die konstante term in die uitbreiding. (7)

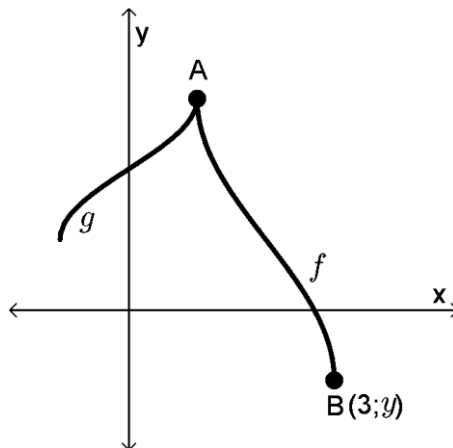
**Vraag 7****[17 punte]**

- 7.1 Die koëffisiënt van  $x^2$  en  $x^3$  in die uitbreiding van  $(3 - 2x)^6$  is  $a$  en  $b$  respektiewelik. Vind die waarde van  $\frac{a}{b}$  korrek tot 3 desimale syfers. (5)
- 7.2 (a) Bepaal en vereenvoudig die eerste vier terme van die uitbreiding van  $\frac{1+x}{(1-x)^4}$ . (8)
- (b) Vervolgens, gebruik die resultate van vraag 7.2(a), en bepaal die waarde van  $\frac{11}{9^4}$ . (4)

**Vraag 8****[20 punte]**8.1 Gegee:  $h(x) = b \tan(x + 1) + \frac{\pi}{2}$ 

- (a) Bepaal die inverse van  $h(x)$  in die vorm  $h^{-1}(x) = \dots$  (4)
- (b)  $h(x)$  is 'n funksie, slegs as die definisieversameling van  $h^{-1}(x)$  beperk word. Gee die interval van die definisiegebied van  $h^{-1}(x)$  sodat  $h(x)$  'n funksie sal wees. (3)
- (c) Skets  $h(x)$  op 'n assestelsel. Toon die afsnitte met die asse, die koördinate van die eindpunte en asimptote duidelik aan. (5)

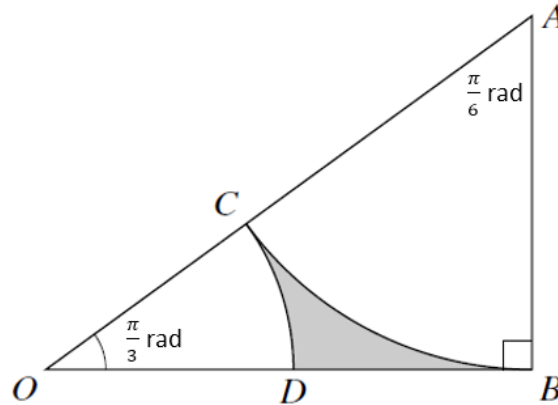
8.2 Gegee die funksies  $f(x) = b \cos(x - p) + q$  en  $g(x) = \frac{1}{2} b \sin x + \frac{\pi}{2}$ . Die funksies het 'n gemeenskaplike raakpunt by A, een van die eindpunte van  $f$  en  $g$ . B(3; y) is 'n eindpunt van  $f$ .



- (a) Bepaal die koördinate van A. (4)
- (b) Bepaal vervolgens, of andersins, die waardes van  $p$  en  $q$ . (4)

**Vraag 9****[18 punte]**

Die diagram toon 'n driehoek OAB waarin  $\widehat{ABO}$  reghoekig is,  $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{3}$  radiale,  $\widehat{OAB} = \frac{\pi}{6}$  radiale en  $AB = \sqrt{3}$  eenhede. Boog BC is deel van 'n sirkel met middelpunt A en ontmoet OA by C. Boog CD is deel van 'n sirkel met middelpunt O en ontmoet OB by D.



- 9.1 Bepaal die oppervlakte van sektor ABC en laat jou antwoord in terme van  $\pi$ . (2)
- 9.2 Toon aan dat  $AO = 2$  eenhede. (2)
- 9.3 Bepaal die oppervlakte van  $\triangle OAB$  en laat jou antwoord in wortelvorm. (3)
- 9.4 Bepaal die oppervlakte van die gearseerde deel, korrek tot 3 desimale syfers. (4)
- 9.5 Bepaal die omtrek van die gearseerde deel. (7)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

# ALPHA WISKUNDE FORMULEBLAD

## ALGEBRA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{as } x \geq 0 \\ -x & \text{as } x < 0 \end{cases}$$

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots ; \text{mits } |x| < 1$$

## VEKTORE:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

## CALCULUS:

$$\int_a^b x^n dx = \left[ \frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_a^b$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \quad a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

## TRIGONOMETRIE:

In 'n sektor:  $s = r\theta$  en  $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

Identiteite:  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$      $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$      $\cot^2 x + 1 = \text{cosec}^2 x$

$$\text{cosec } x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

In  $\Delta ABC$ :  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

## TABEL MET AFGELEIDES:

$F(x)$	$F'(x)$
$ax^n$	$nax^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\text{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\text{cosec } x$	$-\text{cosec } x \cdot \cot x$

$F(x)$	$F'(x)$
$\text{bgsin } x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{arcsin } x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{bgcos } x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{arccos } x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{bgtan } x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$\text{arctan } x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)] \cdot g'(x)$

**Alpha Wiskunde Graad 11 - Halfjaar examen 2019**  
**ANTWOORDBLAD**

Naam en Van: \_\_\_\_\_

Vraag Totaal	1 [20]	2 [20]	3 [15]	4 [21]	5 [19]	6 [16]	7 [16]	8 [20]	9 [18]	TOTAAL 165
Leerder punt										

**Vraag 1**

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D